

Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Žákovská interpretace grafických výstupů statistických šetření

Pupils' interpretation of graphic representations of statistical results

Bc. Radim Křištof

Vedoucí práce: doc. RNDr. Nad'a Vondrová, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro střední školy

Studijní obor: Učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů pro základní školy
a střední školy – matematika

2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Žakovská interpretace grafických výstupů statistických šetření vypracoval pod vedením vedoucí práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 26. 6. 2016

.....

podpis

Rád bych poděkoval doc. RNDr. Nadě Vondrové, Ph.D., vedoucí diplomové práce za její metodické pokyny, připomínky, cenné a odborné rady, které mi poskytla při psaní této práce.

ABSTRAKT

Diplomová práce pojednává o grafech a jejich výuce. Zkoumám v ní, jak jsou grafy zaváděné na českých školách, tedy jakým způsobem jsou prezentovány v učebnicích grafické výstupy statistických šetření (typy grafů, jejich vhodnost, způsob jejich popisu apod.). Následně analyzuji úlohy z mezinárodních šetření TIMSS a PISA zabývající se grafy v závislosti na úspěšnosti řešení českých žáků. Ukázalo se, že žáci bez problémů zvládají čtení hodnot z grafu, naopak jejich tvorba nebo řešení nestandardně zadaných úloh činí žákům velké potíže. V neposlední řadě testuji schopnost žáků správně, ale i kriticky interpretovat grafy, tj. zda žáci dovedou posoudit, jestli předložené grafy prezentují skutečné údaje, nebo jsou záměrně zkreslené a upravené. K tomu účelu jsem vytvořil dotazník, ve kterém pomocí tří úloh testuji žáky maturitních ročníků gymnázia a SOU a učebních oborů SOU. Výsledky maturantů z obou škol byly srovnatelné. Gymnazisté uspěli především v řešení složitějších nebo komplexnějších úloh, maturanti SOU dopadli lépe při řešení úloh vyžadujících pouze orientaci v grafu a čtení hodnot. Žáci učebních oborů dosáhli přibližně o polovinu horších výsledků.

KLÍČOVÁ SLOVA

Graf, výuka grafů, statistické šetření, TIMSS, PISA, analýza učebnic, zkreslování grafu, manipulace s prezentací výsledků

ABSTRACT

This thesis discusses the charts and their teaching. I study in it how graphs are introduced at Czech schools, ie how graphical outputs of statistical survey (graph types, their relevance, their description, etc.) are presented in textbooks. Then I analyze examples from international research TIMSS and PISA engaged in graphs depending on the success of results of Czech pupils. It turned out that pupils have no problem with reading values from graph, while their creation or solving nonstandard given exercises makes large difficulties to pupils. Last but not least I test the ability of students correctly but also critically interpret graphs, ie whether pupils can consider if graphs present actual data or are deliberately distorted and modified. For this purpose I create questionnaire where I test through three exercises pupils of graduation classes from grammar school and vocational school and pupils of study with vocational certificate. Results of graduates from both schools were comparable. Grammar school pupils succeeded especially in solving complicated or complex tasks, vocational school pupils got better results at solving tasks that require only orientation in graph and reading values. Pupils of vocational programs reached approximately half worse results.

KEYWORDS

Graph, teaching graphs, statistical survey, TIMSS, PISA, analysis of textbooks, distortion of graph, manipulation of results presentation

Obsah

1	Úvod	7
2	Grafy a jejich historie	9
3	Rozdělení grafů	16
3.1	Sloupcový graf	16
3.2	Pruhový graf.....	17
3.3	Bodový graf.....	18
3.4	Spojnicový graf	18
3.5	Koláčový graf.....	19
3.6	Plošný graf	21
3.7	Kombinovaný graf	21
3.8	Další typy grafů.....	22
4	Český statistický úřad.....	26
5	Zkreslování grafů.....	29
6	Práce s grafy v testování českých žáků	32
6.1	TIMSS	32
6.1.1	TIMSS 2007, 4. ročník	33
6.1.2	TIMSS 2007, 8. ročník	41
6.2	PISA 2012, 9. ročník.....	46
6.3	Shrnutí	53
7	Analýza učebnic	54
8	Dotazníkové šetření	67
8.1	Příprava a pilotáž dotazníku.....	67
8.2	Průběh šetření.....	70
8.3	Výsledky šetření.....	70
8.3.1	Úloha „Hrubá měsíční mzda“	71
8.3.2	Úloha „Volební průzkum“	73
8.3.3	Úloha „Inflace“	76
9	Závěr.....	82
10	Literatura	84
11	Příloha.....	87

1 Úvod

Prostý psaný text ani tabulka často nejsou schopny vyjádřit to, co lze vyčíst a pochopit z přehledného grafu. Díky tomu se grafy staly důležitým nástrojem, jak přiblížit či objasnit danou problematiku, ať už v psaném nebo mluveném projevu. Velice často se grafy stávají efektivním nástrojem ve chvíli, kdy potřebujeme někoho o něčem informovat nebo přesvědčit. Dnešní média využívají grafy čím dál častěji, protože z grafů plynou jasnější závěry a víc poutají pozornost než například číselná tabulka. Často však předkládají grafy pouze v základní podobě, bez připojených popisů nebo rozšiřujících vysvětlujících komentářů.

Cílem mé práce je jednak prozkoumat, jak jsou grafy zaváděné v českých učebnicích matematiky 2. a 3. stupně, dále pak jakým způsobem jsou v nich prezentovány grafické výstupy statistických šetření (typy grafů, jejich vhodnost pro daný účel, způsob jejich popisu apod.). Následně analyzuji úlohy z mezinárodních šetření zabývající se grafy a hledám možné příčiny potíží českých žáků při jejich řešení. V neposlední řadě pomocí dotazníkového šetření testuji dovednost žáků interpretovat grafy na konci středoškolské docházky a jejich schopnost kriticky posoudit, zda předložené grafy prezentují skutečné údaje nebo jsou záměrně zkreslené a upravené.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou.

V teoretické části se zabývám historickým vývojem grafů a jejich rozdělením podle typu grafické prezentace. Dále uvádím způsoby, jakými lze zjistit, zda není daný graf zkreslený nebo zmanipulovaný. Krátce představuji Český statistický úřad jako největšího „vydavatele“ grafů a statistických dat vhodných k jejich tvorbě. Následně sleduji, jak jsou grafy zakotveny v Rámcových vzdělávacích programech. Závěrečnou část teoretické statě tvoří rozbor úloh věnujících se grafům v mezinárodních šetřeních TIMSS a PISA, úspěšnosti českých žáků v jejich řešení a hledání možných příčin jejich chyb.

V praktické části provádím didaktickou analýzu učebnic matematiky pro základní a střední školy, ve kterých se vyskytují v nějaké podobě grafy. Zajímám se především o to, jaké typy grafů jsou v učebnicích zaváděné, v jakém rozsahu, jak autoři ke grafům přistupují a kolik úloh k procvičování daného tématu žákům nabízejí. Nedílnou součástí

analýzy je též rozbor, zda autoři rozvíjí diskuzi nad vhodností použití jednotlivých typů grafů po různá vstupní data. Druhou část praktické statě tvoří analýza šetření realizovaného s žáky gymnázia a středního odborného učiliště na konci jejich školní docházky. Podkladem pro tuto analýzu je dotazník sestávající z vlastních autorských úloh diagnostikujících dovednost žáků interpretovat grafické zobrazení dat.

Práce je ukončena závěrem, v němž shrnuji získané poznatky z dotazníkového šetření.

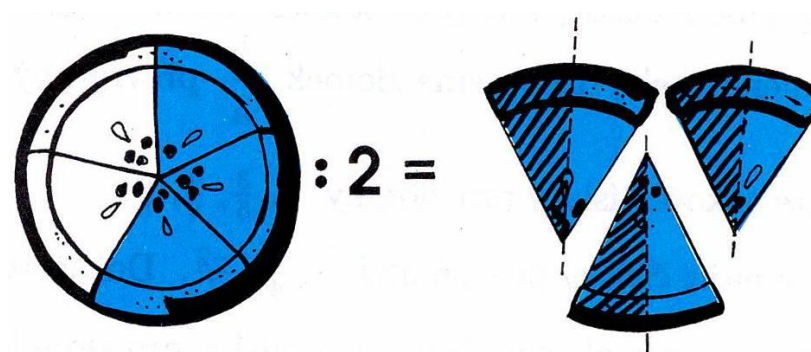
Na konci je uvedena příloha, která sestává ze vzorového zadání dotazníku.

2 Grafy a jejich historie

Samotný pojem *graf* se dá chápat různými způsoby. Striktně matematická definice (Hliněný, 2010, s. 2) hovoří o tom, že:

Graf (rozšířeně obyčejný či jednoduchý neorientovaný graf) je uspořádaná dvojice $G = (V, E)$, kde V je množina vrcholů a E je množina hran – množina vybraných dvouprvkových podmnožin množiny vrcholů.

Ve své práci se nebudu zabývat grafy funkcí, ale pod pojmem *graf* (resp. grafické zobrazení) budu rozumět především obrazové znázornění datového souboru, tj. diagramy, statistické mapy apod. V textu tak budu používat pojem *graf*, přestože se v některých původních obrázcích (např. obr. 25 aj.) objevuje termín *diagram*. Zaměřím se výhradně na grafy chápáné statisticky, nikoliv funkčně. V tomto chápání pojmu graf se při analyzování učebnic nevyvaruji rozhodování, zda obrázky považovat už za graf či nikoliv (obr. 1). Rozhodl jsem se, že takové obrázky za grafy ve své práci považovat nebudu.



Obrázek 1: Příklad obrázku, který nepovažuji za graf

Zdroj: (Herman, 2004, s. 82)

Proč vlastně máme potřebu graficky zobrazovat data? W. S. Jevons píše o svých diagramech, v nichž sleduje změny cen základních i méně běžných produktů v závislosti na „komerčních bouřích“ typu objevení australského zlata v roce 1849 následující (Block, ed., 1972–1981, cit. v Saxl, Ilucová, 2004, s. 363):

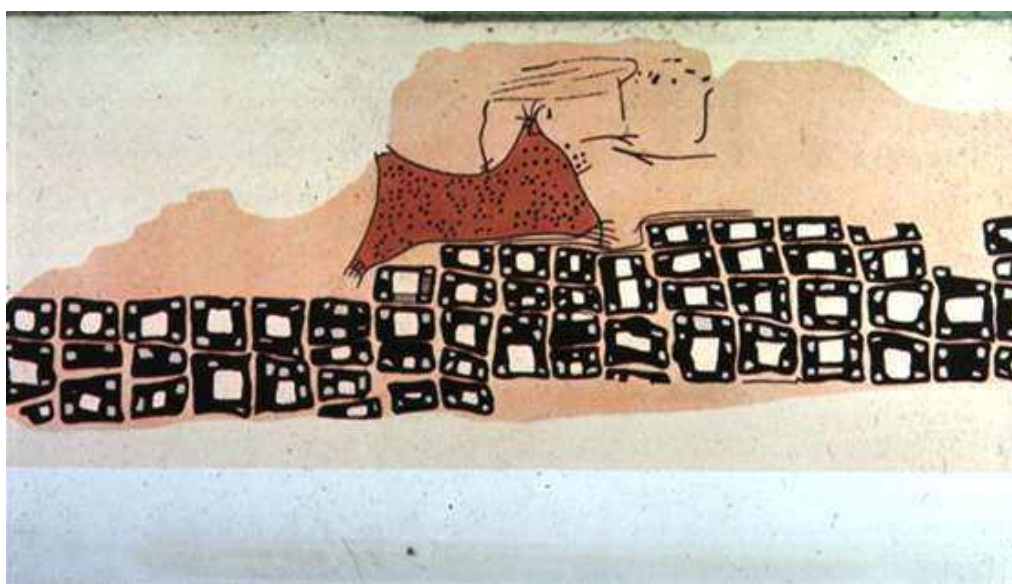
Jejich smyslem není ani odkaz ke konkrétním číslům, která lze lépe zjistit z odpovídajících tabulek, jako předvést očím obecné výsledky vyplývající z velkého množství číslic, jež nemohou být zachyceny jinak než graficky.

Mé diagramy ukazují i ty nejmenší detaily tabulek, ale předčí i výpočty středních hodnot, protože oko či mysl samy zaznamenají obecný trend číselných souborů. Pouze tato reprezentace může být základem politicko-ekonomických debat, a přesto většina statistických zdůvodnění závisí na pár číslech více či méně náhodně vybraných.

Poznámka: V následující části vycházím z popisu uvedeného v (Saxl, Ilucová, 2004). Text volně parafrázuji a pro přehlednost neuvádím u každého odstavce zdroj. Ten ovšem uvádím v případě doslovné citace.

Grafické zobrazování hrálo velkou roli už od starověké historie lidstva. Vždy šlo o nejpraktičtější a zároveň i nejefektivnější způsob, jak zobrazit soubor hodnot tak, aby jim porozuměl i nevzdělaný člověk. Pro grafickou interpretaci se nejčastěji používala slova *diagram* nebo *mapa*.

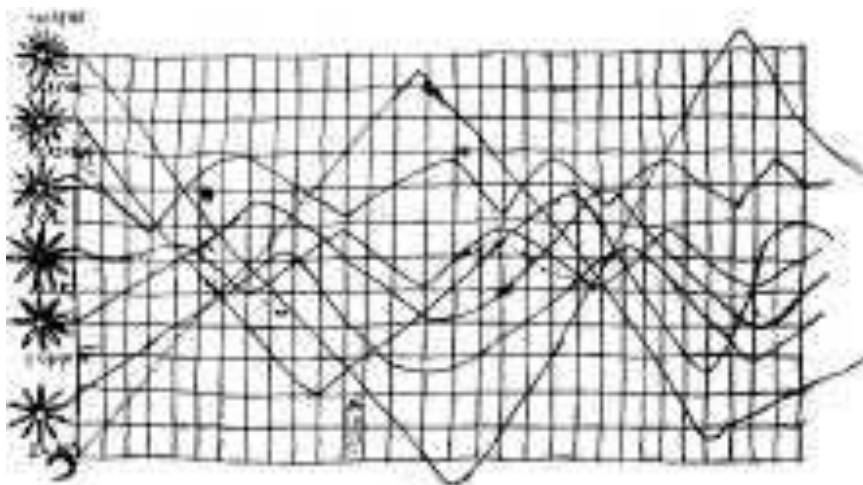
Mezi první grafická zobrazení dat lze zcela jistě zařadit mapy, které zobrazují jednak pozemské oblasti, ale i výřezy hvězdné oblohy. Za nejstarší známou mapu lze považovat část plánu města, patrně Catal Hüyük (obr. 2), objeveného jako freska při vykopávkách v letech 1961 až 1965 na pláni Konya v Anadolii. Tato mapa je uhlíkovou metodou datovaná do let 6250 až 6400 př. Kr., podle letokruhů dokonce 7100 až 7200 př. Kr.



Obrázek 2: Část plánu města, patrně Catal Hüyük

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 364)

Dnešní moderní graf už v mnohém připomíná zobrazení pohybů planet z doby kolem roku 950 (přestože neobsahuje např. žádné stupnice) a zachycuje změny poloh Slunce a hvězd v průběhu roku (obr. 3).



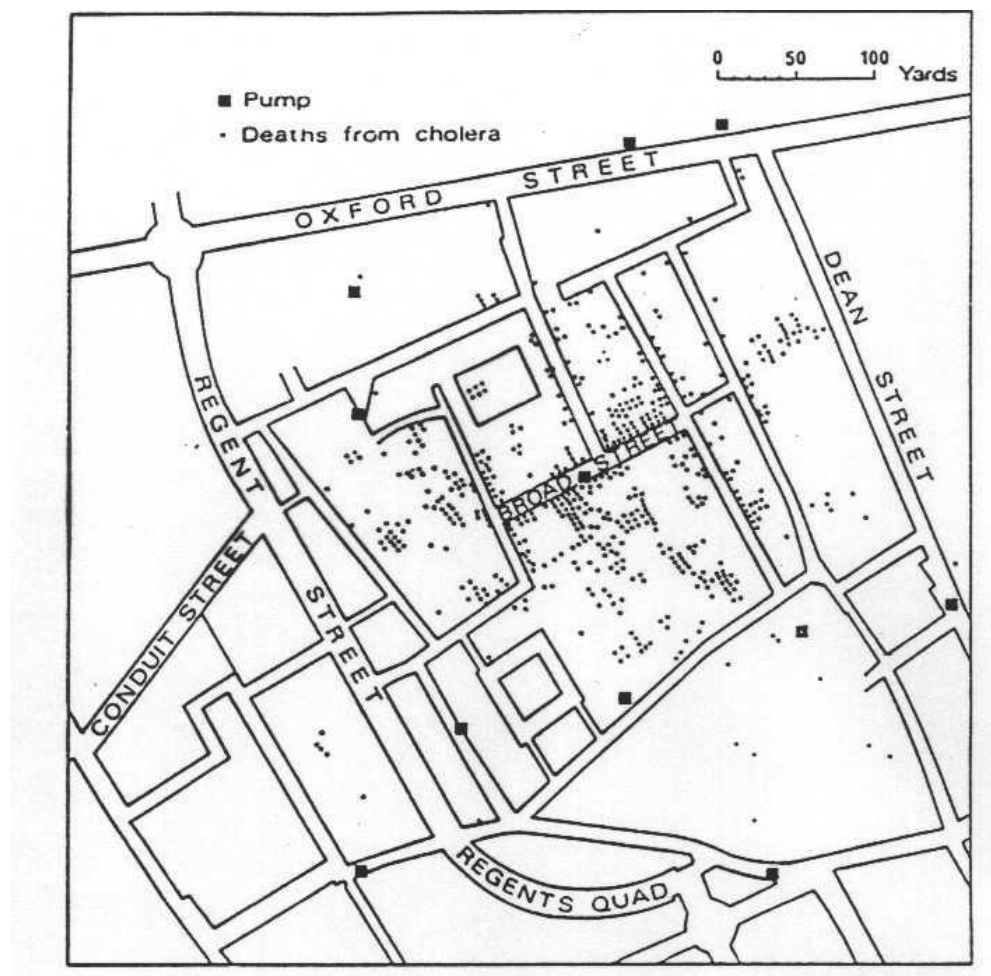
Obrázek 3: Pohyby planet

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 364)

Mapy a diagramy zpočátku neobsahovaly v podstatě žádné číselné hodnoty. To se však v průběhu času měnilo a začalo přibývat doplňujících informací, především z oblasti statistiky. E. Halley roku 1701 publikoval mapu se zakreslenými isogonálami spojujícími místa se stejnou magnetickou deklinací. Tím započal obor tematické kartografie. Od té doby jsou do map vedle územního členění zanášena data vztahující se k obyvatelstvu, obchodu, dopravě i k historickým událostem. Patří sem například slavný plán Londýna vytvořený Johnem Snowem v roce 1854 pro objasnění příčiny cholery epidemie (obr. 4) nebo Seamanova mapa šíření žluté horečky v New Yorku z roku 1795.

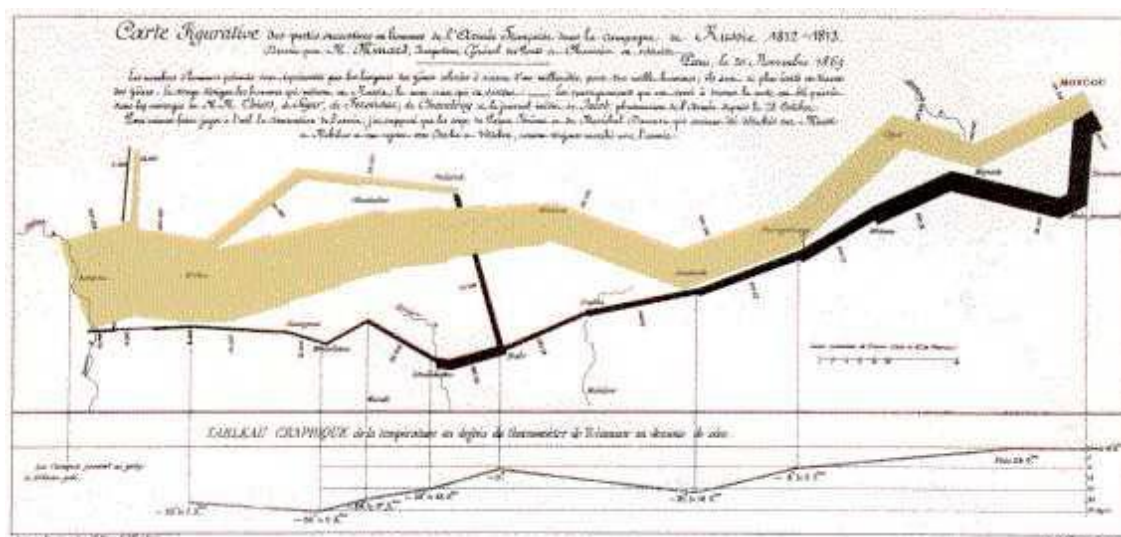
Za nejslavnější mapu tematické kartografie, která je v dnešním chápání zcela jistě i grafem, je považována mapa „Napoleonovo tažení na Moskvu“ Charlese Josepha Minarda z roku 1869 (obr. 5). Šířka stopy znázorňuje početní sílu armády, graf ve spodní části mapy udává průběh teploty při jejím ústupu.

Později se vyčlenila tzv. statistická grafika prezentující nejrůznější data v závislosti na zvoleném parametru, jímž byl velmi často čas.



Obrázek 4: Plán Londýna od Johna Snowa

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 366)



Obrázek 5: Napoleonovo tažení na Moskvu

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 367)

Za zakladatele statistické grafiky je všeobecně považovaný William Playfaire. Gryfy, které tvořil, nazýval „čárová aritmetika“ (lineal arithmetics) a využíval v nich převážně kartézskou souřadnou soustavu. V ní zobrazoval závislosti jedné i více zvolených veličin na vybraném parametru. Nejčastěji byl tímto parametrem čas. V svém oboru se proslavil především grafem růstu britského národního dluhu mezi lety 1699 až 1800, grafy vzájemného obchodu mezi Anglií a různými státy (např. s Německem, s Dánskem a Norskem), histogramem zahraničního obchodu Skotska aj.

Kartézský souřadnicový systém pro analýzu rychlosti padání objektů využil už Leonardo da Vinci kolem roku 1500 ve svých nákresech. Čas však byl v té době považován za subjektivní jev, a tak nebyl kartézský systém ještě několik dalších století patřičně doceněn.

Samotné slovo graf (anglicky *chart*) zavedl do angličtiny J. J. Sylvester v roce 1878 v souvislosti s konstatováním podobnosti mezi schématy molekulárních vazeb a grafickou reprezentací algebraických invariantů. Vychází z latinského výrazu *charta*, což znamená list papíru nebo papyru. Zhruba v téže době definuje graf Charles S. Peirce jako „plošný diagram sestávající z bodů či jejich ekvivalentů a jejich spojnice na omezené ploše“. (Saxl, Ilucová, 2004, s. 367)

V dnešním pojetí tento popis odpovídá spojnicovému grafu. Na definici je vidět, do jaké míry byly grafy ještě koncem 19. století málo běžným informačním prostředkem.

Jedním z prvních matematiků, který grafické zobrazení dat také využíval, byl Johann Heinrich Lambert. Zajímal se hlavně o fotometrii a fyzikální či astronomická měření. Byl patrně první, kdo vytvořil „číselný graf“ vhodným rozmístěním číselných hodnot v rovině (obr. 6).

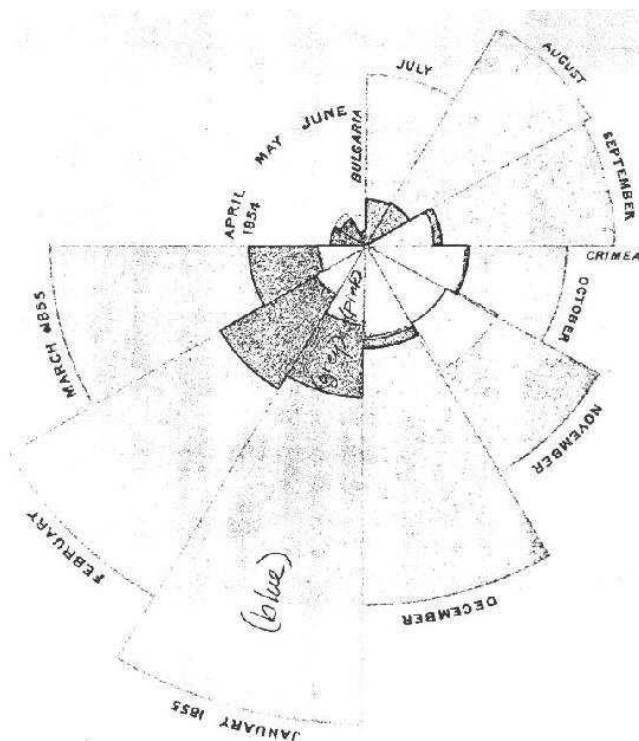
S tím, jak se začalo grafické zobrazování více rozšiřovat, bylo potřeba vyřešit, jak grafy efektivně vytvářet a distribuovat. Dr. Buxton vyrobil v roce 1794 první rastrovaný papír, v roce 1798 vynalezl Aloys Senefelder litografickou techniku pro tisk map a diagramů. V roce 1843 Léon Lalanne začal používat sférické souřadnice a v roce 1846 zavedl logaritmickou stupnici na obě pravoúhlé osy, což umožnilo názorně zobrazovat veličiny v rozpětí mnoha řádů. V roce 1858 prezentovala Florence Nightingaleová jako první radiální graf (obr. 7) ve svých zprávách pro členy parlamentu a úředníky, kteří

neradi četli klasické statistické zprávy, ze kterého se vyvinul dnes populární koláčový graf.

1735	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Jun.						1		4	8	9	4	4					
Jul.												21	7	3			
Aug.													9	10	5	1	
Sept.											1	15	8	5			
Oct.										1	6	16	7	1			
Nov.					1	9	3	1	6	7	3						
Dec.				5	14	12											
1736																	
Jan.		3	4	12	10	2											
Febr.	1	4	8	11	4	1											
Mart			1	5	17	5	3										
Apr.				1	5	7	10	5	2								
May						1	2	5		13	3	7					
Jun.										1	6	18	2	3			
Jul.												4	4	7	7	8	1
Aug.												1	7	14	8		
Sept.											3	5	11	8	3		
Oct.								2	8	6	5	7	2	1			
Nov.					5	3	6	16									

Obrázek 6: Číselný graf

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 371)



Obrázek 7: Radiální graf

Zdroj: (Saxl, Ilucová, 2004, s. 374)

V současnosti jsou grafy nedílnou součástí našeho každodenního života. V podstatě veškerá statistická data jsou prezentována jak číselně, tak graficky. Tento rozvoj umožnila především moderní výpočetní technika, kdy je vytvoření pokročilého grafu otázkou několika minut. Rozsah tohoto rozvoje se pokusil odhadnout E. Tufte v osmdesátých letech minulého století: počet grafů vytvořených za rok se pohybuje mezi $9 \cdot 10^{11}$ až $2 \cdot 10^{12}$. Při počtu lidí v řádu 10^{10} připadá tedy 100 grafů na osobu za rok. Zde je však potřeba podotknout, že kvantita grafů silně převyšuje jejich kvalitu. Data často nejsou prezentována optimálním způsobem, protože cílem autorů není vždy sdělit plnou vypovídací hodnotu daného datového souboru. Mají za úkol zaujmout, obrátit pozornost k určité obchodní nebo politické problematice, „nakazit“ čtenáře názorem či záměrem svých autorů. Tomuto tématu se více věnuji v kapitole 4.

3 Rozdělení grafů

Existuje nepřeberné množství různých grafů více či méně použitelných pro daný soubor dat. Správnou volbou lze docílit očekávaného vnímání grafu, naopak použitím nevhodného typu může čtenář vnímat obsažená data zkresleně nebo dokonce zcela nesprávně.

Zaměřím se na nejčastější typy grafů, které lze vytvořit pomocí široce dostupného software, např. MS Office (placený), OpenOffice (zdarma), Google docs (online a zdarma), a které lze najít v učebnicích pro ZŠ a SŠ. U každého uvedu jeho popis, příklad a vhodnost jeho použití.

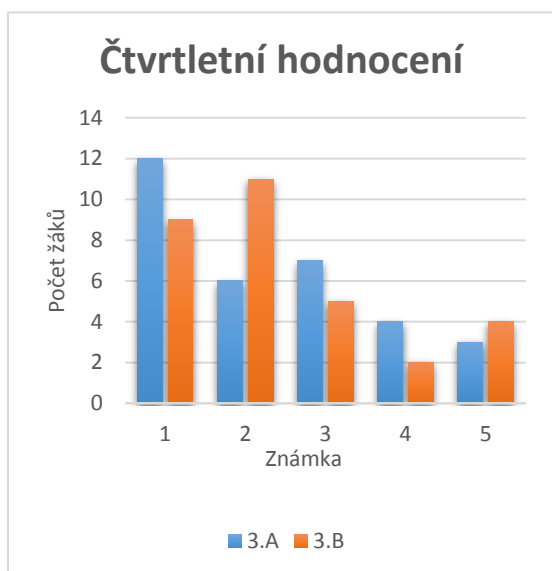
3.1 Sloupcový graf

Sloupcový graf je tvořen obdélníky kolmými na osu x . Výška obdélníku reprezentuje množství dat, které může být dané buď reálnou hodnotou, nebo jako procento z celku. Lišit se bude pouze popis osy y . Šířku sloupců lze volit libovolně, ale pro všechny sloupce stejnou. Především kvůli přehlednosti by se sloupce neměly překrývat. Pokud by nebyly stejně široké, ale měnily by svůj rozměr, ať už libovolně nebo v závislosti na datech, nejednalo by se již o klasický sloupcový graf, ale o graf obrázkový.

Vykreslení více parametrů v jenom grafu lze provést pomocí sloupců zobrazených paralelně vedle sebe, ideálně barevně odlišených (obr. 8), nebo pokud je to žádoucí (např. nás zajímá celkový součet daných hodnot), lze sloupce stavět na sebe (obr. 9).

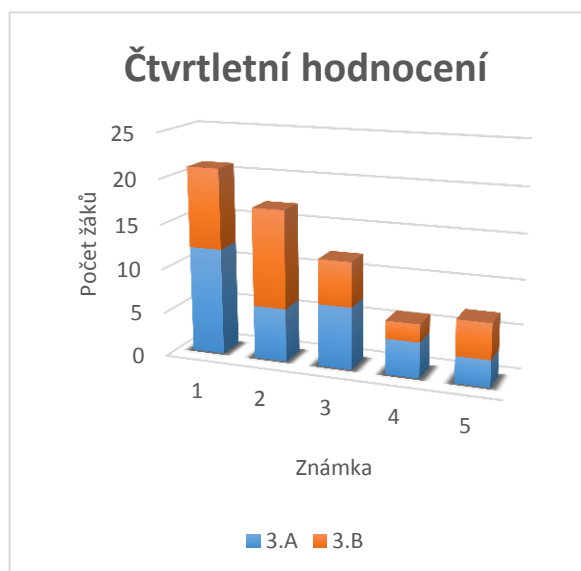
Na osu x typicky vynášíme časovou řadu nebo hodnoty v přirozeném pořadí.

Stejnou informaci jako do sloupcového grafu lze vykreslit i do tzv. pseudoprostorového grafu (obr. 9), kde ale v tomto případě nemá třetí rozměr žádný význam, jde pouze o vizuální efekt. Dokonce ve čtenáři může při nevhodném natočení souřadnicového systému vzbuzovat klamný dojem, že data opticky blíže jsou důležitější než ta na grafu vzdálenější. Nejvhodnější využití sloupcového grafu je pro znázornění změn v údajích v čase (krátká časová řada) nebo pro srovnání několika položek.



Obrázek 8: Plošný sloupkový graf

Zdroj: autor

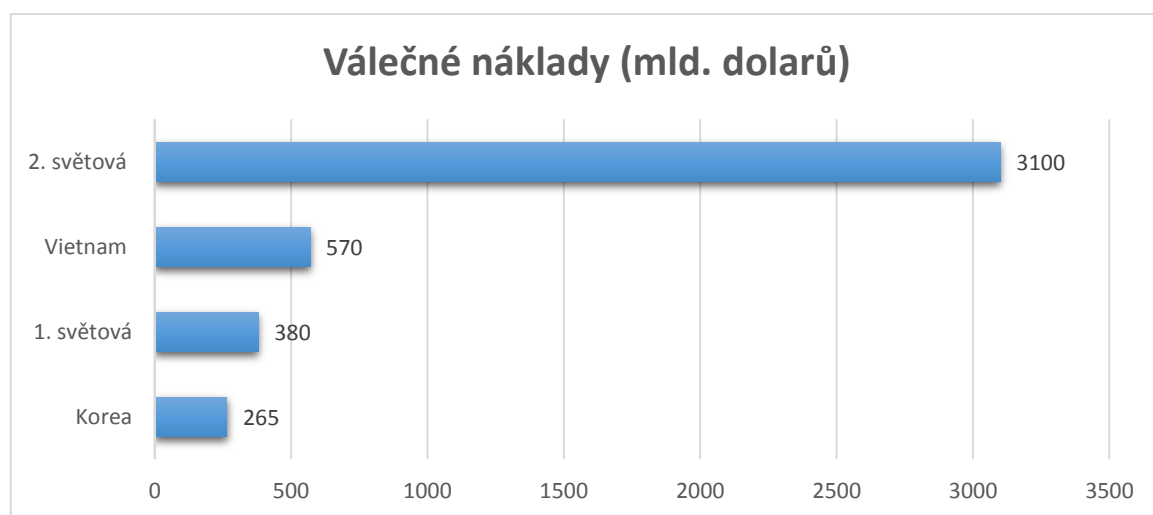


Obrázek 9: Pseudoprostorový sloupkový graf

Zdroj: autor

3.2 Pruhový graf

Pruhový graf je podobný sloupcovému s tím rozdílem, že obdélníky jsou orientovány horizontálně (obr. 10). Délka každého obdélníku reprezentuje jeho hodnotu. Je vhodný především v situacích, kdy ve vstupních datech není obsažený čas nebo když data nemají přirozené pořadí. Zároveň poskytuje při standardním umístění na stránce větší prostor pro rozptýl zkoumaných hodnot. Tradičně se kvůli přehlednosti řadí hodnoty od nejmenší k největší (nebo naopak).

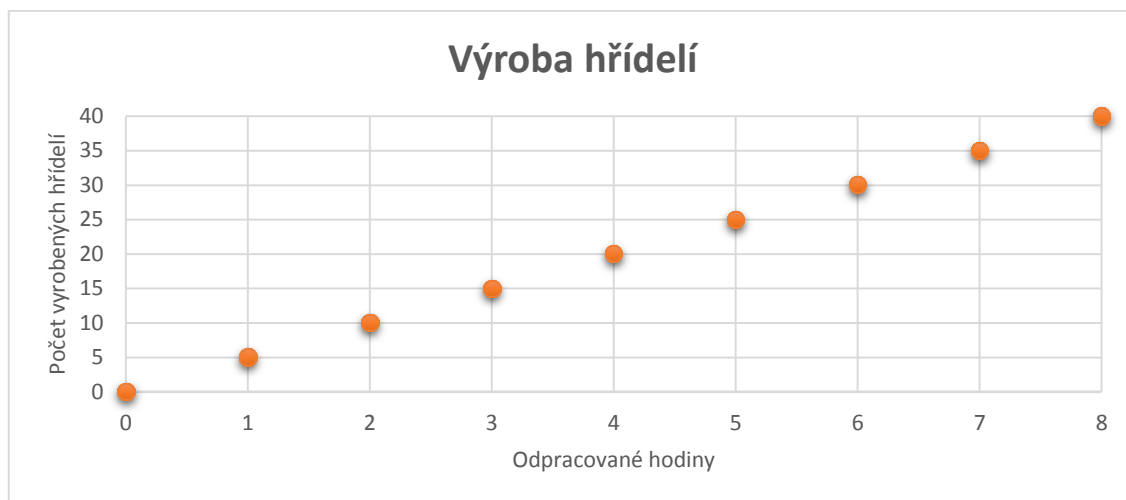


Obrázek 10: Pruhový graf

Zdroj: autor

3.3 Bodový graf

Bodový nebo taky diskretní graf¹ (obr. 11) znázorňuje vztah mezi dvěma veličinami. Na osu x se vynáší nezávislá proměnná, na osu y vázaná. Při volbě bodového grafu je třeba dbát na to, aby vstupní data byla v diskretní podobě, tj. aby na sebe plynule nenavazovala. V takovém případě by měl být použitý spojnicový graf.



Obrázek 11: Bodový graf

Zdroj: autor

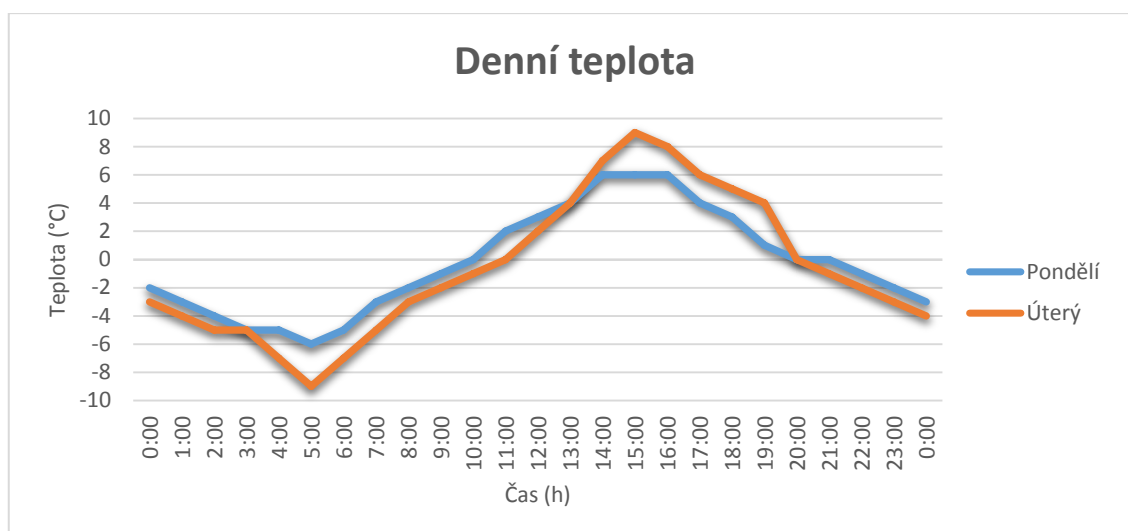
V případě grafu sledujícího počet vyrobených hřidel za jednu pracovní směnu jde o typická diskretní data, protože nás zajímají celé vyrobené kusy.

3.4 Spojnicový graf

Spojnicový nebo také čárový graf (obr. 12) je vhodný především v situacích, kdy mají proměnné kontinuální průběh nebo v případě, že chceme zdůraznit trend diskretních dat v průběhu času. V tom případě však není matematický výklad grafu jako závislosti funkce jedné proměnné korektní.

Také za předpokladu, že máme velký soubor vstupních dat, je spojnicový graf vhodnou volbou. Nicméně pokud existuje více datových souborů, jejichž linky by se často křížily, schopnost čtenáře porozumět grafu může být vážně omezena. Obecně se proto doporučují maximálně čtyři křivky umístěné na jednom grafu, které jsou řádně rozlišený, ať už barevně nebo stylem čáry (rozdílná tloušťka, přerušování).

¹ **Diskretní graf** je matematický pojem z oboru teorie grafů označující takový graf, v němž žádné dva vrcholy nejsou spojené hranou.



Obrázek 12: Spojnicový graf

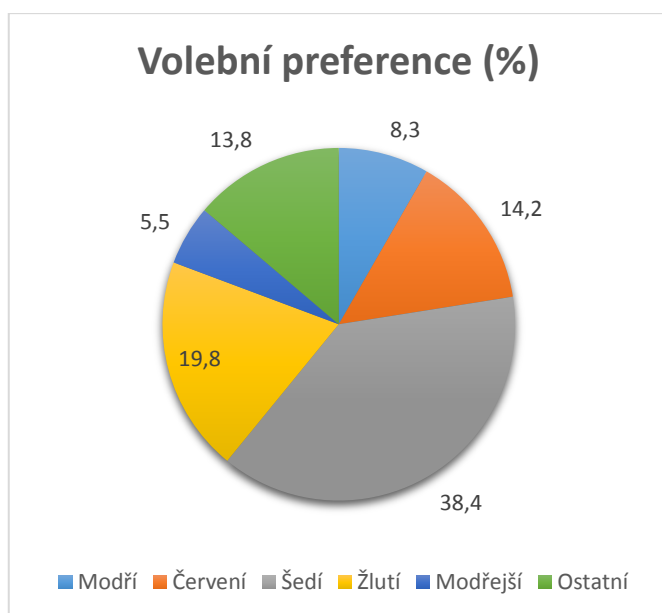
Zdroj: autor

Je zřejmé, že se teplota mění kontinuálně a ne skokově například v celé hodiny, proto je zde správně použitý spojnícový typ grafu. Je však třeba si uvědomit, že jednotlivé hodnoty jsou aproximovány lineární funkcí (spojeny úsečkami), což nemusí a pravděpodobně ani nebude odpovídat skutečné realitě. Jelikož však jde pouze o model, můžeme tuto drobnou nepřesnost pro zjednodušení konstrukce zanedbat.

3.5 Koláčový graf

Koláčový nebo také kruhový či výsekový graf (obr. 13) slouží nejčastěji k vyjádření procentuálního podílu z celku. Procento je úměrné úhlu, a tedy i ploše, která tvoří výsek. Lze ho využít i k vyjádření absolutního podílu z celku, není však vhodný k prezentaci kontinuálního datového souboru.

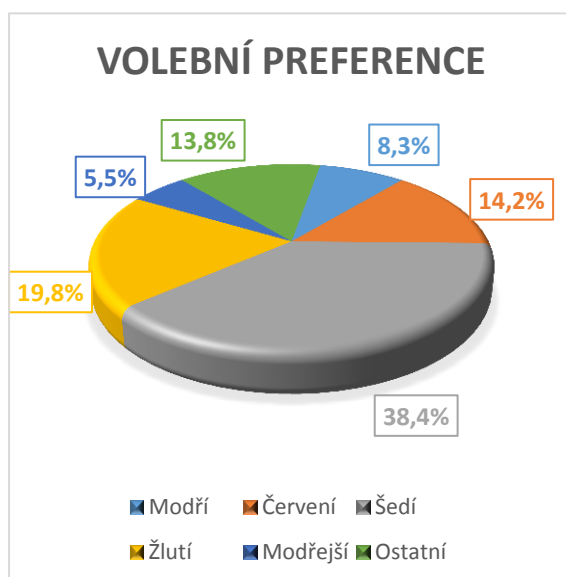
Nejčastěji ho můžeme spatřit před volbami, kdy se pomocí tohoto typu grafu zobrazují volební preference. Jednotlivé díly jsou pak příslušnou částí odpovídající procentuální podpoře voličů. Vedle grafického rozdělení je vhodné uvádět i číselný údaj jednotlivých úseků z celkové plochy, neboť pouhým pohledem je obtížné procentuální zastoupení odhadnout.



Obrázek 13: Koláčový graf

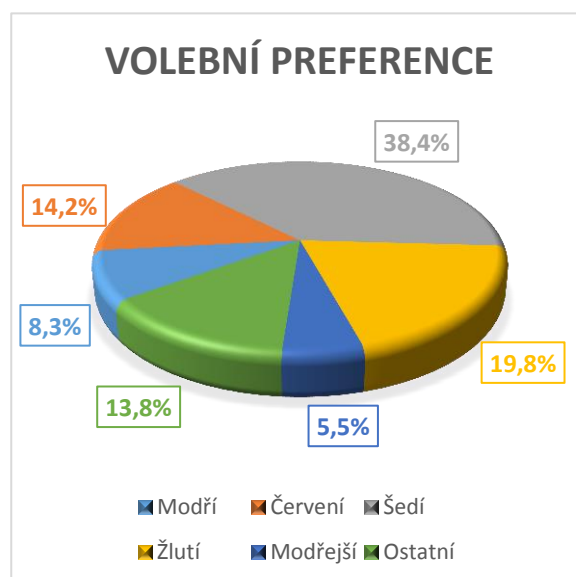
Zdroj: autor

U tohoto typu grafu je obzvlášť potřeba dát pozor na prostorové zobrazení, protože může opticky zkreslit výsledky. Dobře je to vidět např. u volebních preferencí Modřejších (obr. 14), kde 5,5 % podíl vypadá menší než v obrázku 15. V takovém případě je lepší se prostorovému zobrazení raději vyhnout a použít klasický rovinový graf.



Obrázek 14: Koláčový graf

Zdroj: autor

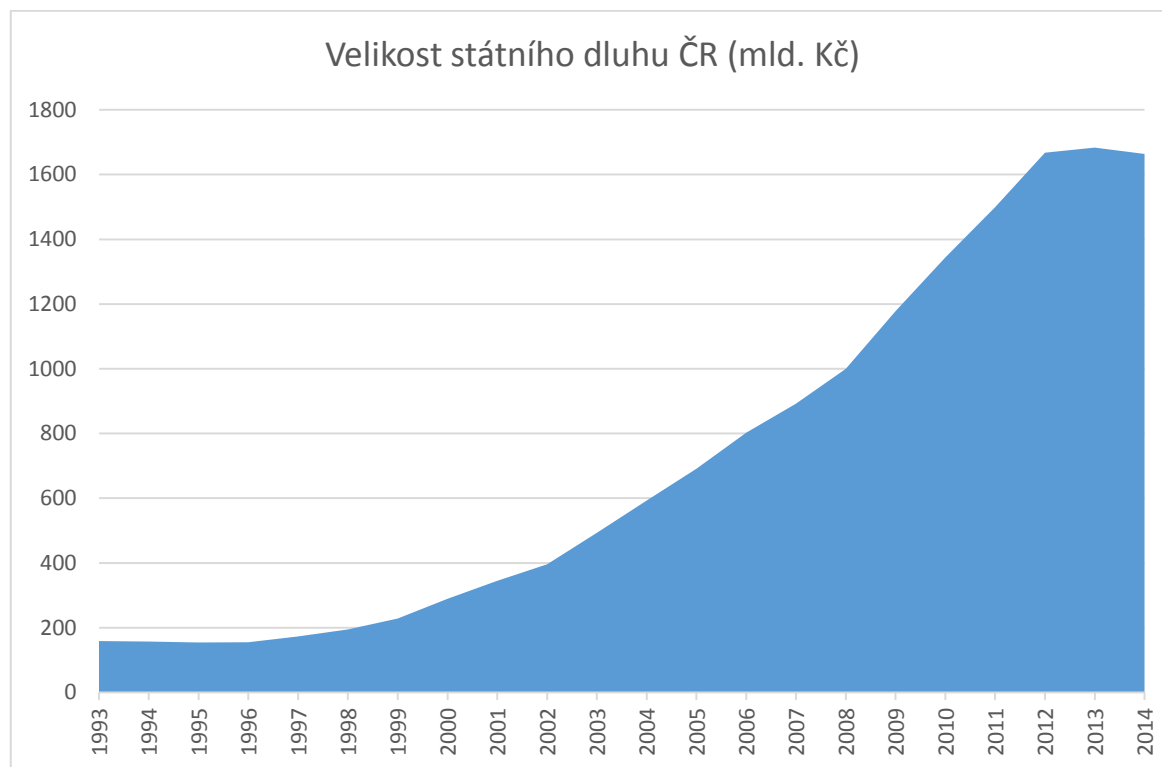


Obrázek 15: Koláčový graf

Zdroj: autor

3.6 Plošný graf

Plošný graf se využívá podobně jako spojnicový graf především tam, kde mají proměnné kontinuální průběh a kde chceme zdůraznit vývojový trend hodnot. Plocha pod grafem opticky zvýrazňuje dynamiku průběhu grafu. Na obrázku 16 můžeme sledovat vývoj velikosti státního dluhu ČR v letech 1993 až 2014.

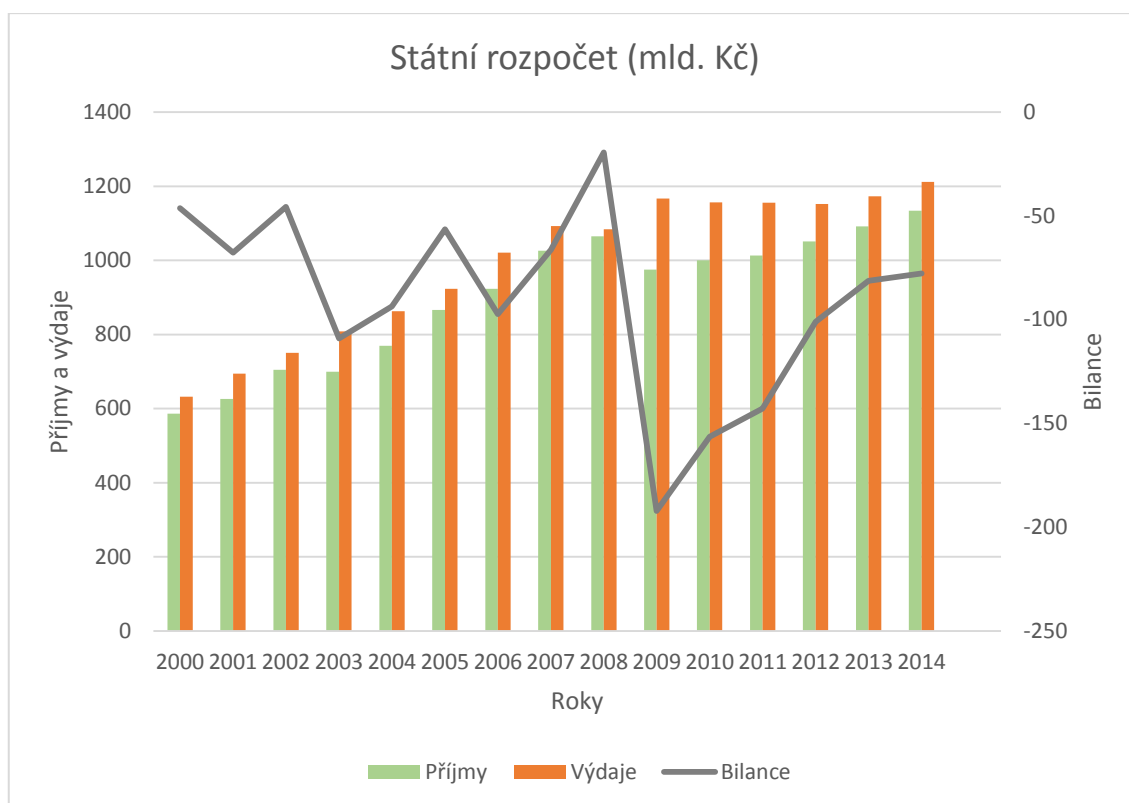


Obrázek 16: Plošný graf

Zdroj: <http://www.mfcr.cz/cs/verejny-sektor/rizeni-statniho-dluhu/dluhova-statistika/struktura-a-vyvoj-statniho-dluhu>, [online]. [cit. 2016-03-29]

3.7 Kombinovaný graf

Jak už název napovídá, kombinovaný graf je kombinací předchozích typů grafů v jednom celku. I když se v podstatě neliší od grafů již diskutovaných, jeho přínos je především v zobrazení informací, které by jinak zcela chyběly nebo by v klasickém jednoduchém grafu vizuálně zanikly. Zároveň lze do jednoho grafu zaznamenat více různých druhů informací s využitím různých měřítek na ose y a dát tyto informace do vzájemné souvislosti například pomocí časové osy (obr. 17).



Obrázek 17: Kombinovaný graf

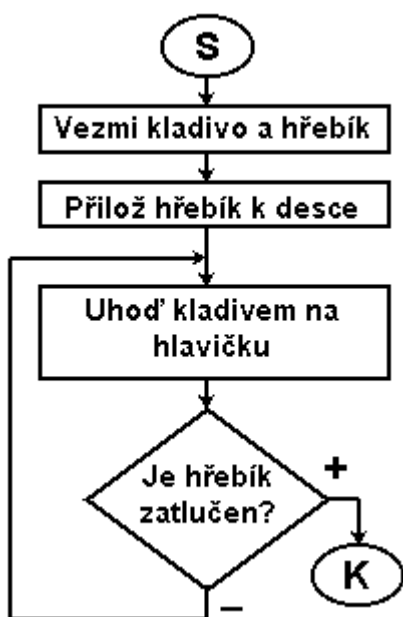
Zdroj: https://cs.wikipedia.org/wiki/St%C3%A1tn%C3%AD_rozpo%C4%8Det_%C4%8Cesk%C3%A9_republiky, [online]. [cit. 2016-03-29]

3.8 Další typy grafů

Vývojové diagramy slouží ke grafickému znázornění jednotlivých kroků v procesu. Využívají se především v technických oborech a programování. Lze je však velmi efektivně využít i pro zápis algoritmů zcela běžných činností jako je zatlučení hřebíku (obr. 18). Obdélníkem se značí akce, kosočtvercem rozhodovací proces. Vývojové diagramy jsou součástí učiva na SOŠ a SOU technického typu.

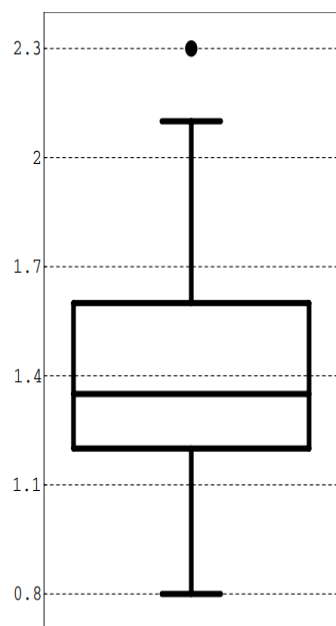
Dalším speciálním typem grafu je *krabicový diagram* (obr. 19). V jednom obrázku poskytuje informaci o maximální a minimální hodnotě v souboru naměřených hodnot, o mediánu, horním a dolním kvartilu² tohoto souboru a některé další informace.

² Tři kvartily rozdělují statistický soubor na čtvrtiny. 25 % prvků má hodnoty menší než dolní kvartil $Q_{0,25}$ a 75 % prvků hodnoty menší než horní kvartil $Q_{0,75}$; někdy se označují Q_1 a Q_3 .



Obrázek 18: Vývojový diagram

Zdroj: autor

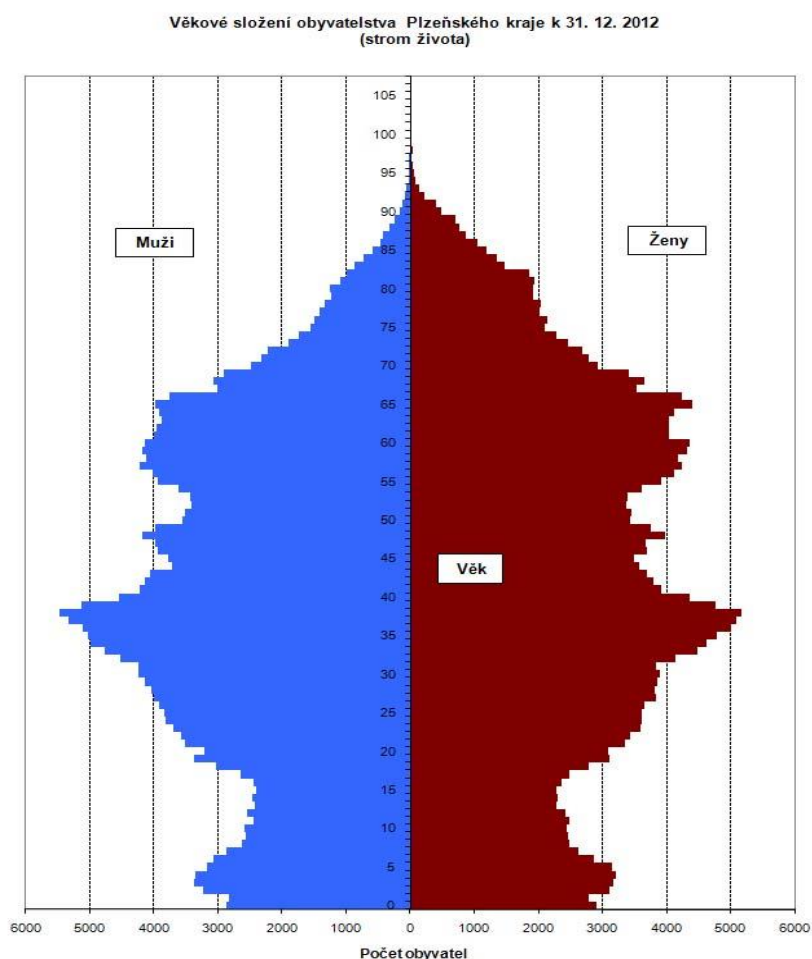


Obrázek 19: Krabicový diagram

Zdroj: autor

Dolní a horní strana základního obdélníku (=krabice) odpovídají dolnímu a hornímu kvartilu daného souboru, vodorovná čára uvnitř této krabice odpovídá mediánu souboru. Uvedené tři vodorovné úsečky tedy dělí soubor naměřených a podle velikosti uspořádaných hodnot na čtyři zhruba stejně početné části. Výška krabice se nazývá mezikvartilové rozpětí. Dolní svislá úsečka odpovídá hodnotám, které leží pod krabicí ve vzdálenosti nejvýše rovné 1,5 násobku výšky krabice. Její konec odpovídá nejmenší takové hodnotě ze souboru. Obdobně nahoře. Tedy krajní hodnoty, které nejsou mezi kvartily, jsou od nich vzdáleny nejvýše o 1,5 násobek mezikvartilového rozpětí.

Věková pyramida nebo také *strom života* patří mezi srovnávací grafy a představuje grafické znázornění věkové struktury obyvatelstva daného regionu. Název je odvozen od trojúhelníkové podoby grafu, ze kterého lze věkovou strukturu obyvatelstva vyčíst. Lze díky němu efektivně zaznamenat úmrtnost, porodnost apod. Graf je rozdělen na muže a ženy, protože bez tohoto dělení by došlo ke značnému zkreslení údajů, především v případě vysokého věku, kdy je vyšší úmrtnost mužů než žen. Na obrázku 20 je znázorněné věkové rozložení obyvatelstva Plzeňského kraje k 31. 12. 2012.

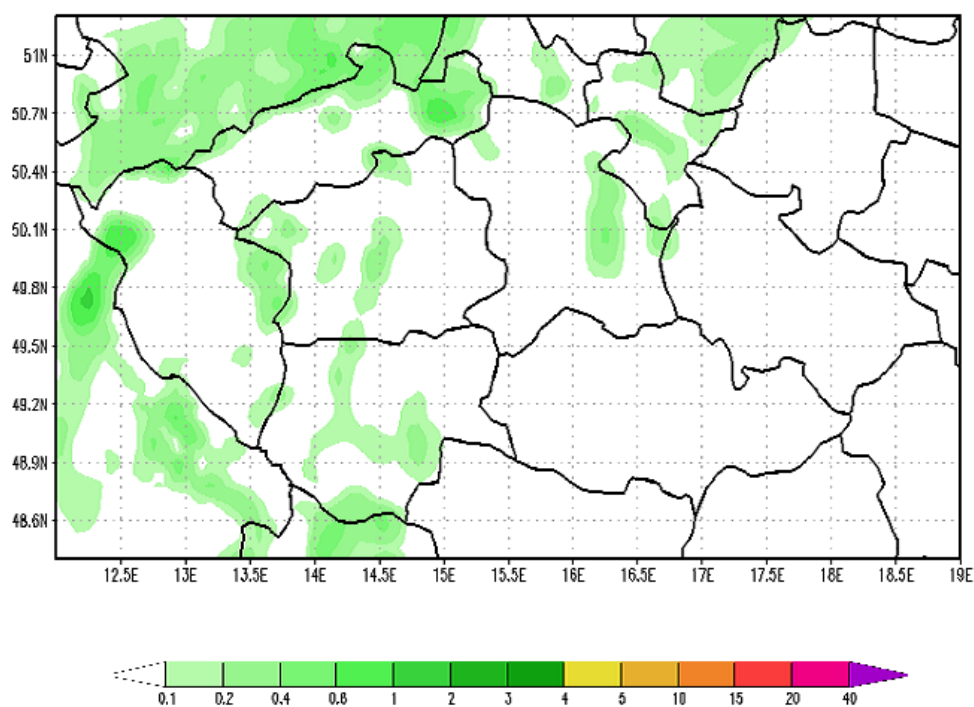


Obrázek 20: Strom života

Zdroj: <https://www.czso.cz/documents/10180/20565003/32400612g2.jpg/96f01d4a-da97-4d00-aa9e-9334c674189e?version=1.0&t=1418277431852>, [online]. [cit. 2016-03-29]

Statistické mapy nebo také *piktogramy* jsou vhodné na znázornění rozložení intenzity sledovaného jevu. Pomocí statistických map můžeme zobrazit průměrnou mzdu v regionech, počet obyvatel, nezaměstnanost... (demografické mapy) nebo teplotu, tlak, srážky... (meteorologické mapy). Na těchto mapách je zobrazena intenzita výskytu daného jevu pomocí konkrétní hodnoty, odstínu barev nebo hustotou bodů. Typickým příkladem je mapa srážek na zvoleném území (obr. 21) nebo např. turistická mapa obsahující vrstevnice³. Na obrázku 22 můžeme vidět výřez turistické mapy zobrazující horu Říp a přilehlé okolí.

³ Vrstevnice (také izohypsa) je křivka, která na mapě či v terénu spojuje body se stejnou, předem určenou nadmořskou výškou.



Obrázek 21: Mapa srážek v ČR

Zdroj: <http://www.slunecno.cz/predpoved-srazek>, [online]. [cit. 2016-03-29]



Obrázek 22: Turistická mapa okolí Řípu

Zdroj: <http://mapy.cz/turisticka?x=14.2878597&y=50.3859008&z=16&source=base&id=1704080>, [online]. [cit. 2016-03-29]

4 Český statistický úřad

Hlavním producentem v podstatě všech výše uvedených typů grafů je v České republice Český statistický úřad (ČSÚ). Vzhledem k celkovému objemu zpracovaných dat je ČSÚ největší organizací v ČR, která se zabývá statistickým zpracováním dat a jejich následnou prezentací pomocí grafů. Vychází z dat získaných pomocí statistických šetření, ať už lokálních nebo plošných, jako je například jednou za deset let sčítání lidu. Tato data zpracovává a údaje následně volně poskytuje pro statistické účely státním orgánům, orgánům územní samosprávy, veřejnosti i do zahraničí.

Výsledky svých šetření zveřejňuje průběžně na internetových stránkách <https://www.czso.cz/>. Jde konkrétně o analýzy, on-line publikace, datové sady, časové řady, tiskové zprávy a další informace. Data lze na stránce snadno vyhledávat díky Katalogu produktů (<https://www.czso.cz/csu/czso/katalog-produktu>) využívajícího pokročilé třídící filtry a algoritmy podle oborů zájmů. Lze je též třídit a vyhledávat podle regionálního členění. Dále je možné využít k nalezení patřičných informací tzv. Průřezové statistiky, které jsou na většině podstránek a tedy rychle k dispozici.

Základní a pravděpodobně i nejdůležitější podstránkou v souvislosti s mojí prací je <https://www.czso.cz/csu/czso/statistiky> (obr. 23). Nalézají se zde statistická data z nejrůznějších oblastí od financí až po údaje o životním prostředí v ČR. Spolu s nepřehledným množstvím grafů a tabulek zveřejňuje ČSÚ i metodiky, jak jsou vstupní data určena a jak je s nimi následně nakládáno. Čtenář tak může snadno dohledat, jak byly dané hodnoty získány a co přesně vyjadřují. Stejně tak autoři připojují i další analýzy a komentáře k možnému budoucímu vývoji sledovaného tématu.

Základní data spolu s grafy jsou na stránce prezentována v tabulce buď ve formě pdf souboru nebo jako otevřená data použitelná pro generování vlastního grafu, většinou ve formátu xls tabulky (obr. 24). Tato data jsou veřejná a zcela volně k dispozici.

Dále lze na stránce ČSÚ nalézt sekci „Pro studenty“, ve které jsou jednak statistické údaje o českém školství, ale především materiály pro učitele a žáky vhodné do výuky, jako například vzorové lekce pro učitele. Tyto lekce jsou určeny žákům

základních a středních škol, kteří pomocí nich lépe pochopí důležitost statistiky a vyzkouší si ve třídě základní statistické metody.

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD

Kontakty Odkazy Časté dotazy

Úvod > Statistiky

Statistiky

- > Ceny, inflace
- > Cestovní ruch
- > Doprava, inf. a komunikační činnosti
- > Finanční hospodaření
- > HDP, národní účty
- > Informační technologie
- > Konjunkturální průzkumy
- > Kriminalita, nehody
- > Kultura
- > Lesnictví
- > Mzdy a náklady práce
- > Obchod, pohostinství, ubytování
- > Obyvatelstvo
- > Organizační statistika
- > Příjmy, výdaje a životní podmínky domácností
- > Průmysl, energetika
- > Sčítání lidu, domů a bytů
- > Služby
- > Sociální zabezpečení
- > Stavebnictví, byty
- > Věda, výzkum a inovace
- > Volby
- > Vzdělávání
- > Zahraniční obchod
- > Zaměstnanost, nezaměstnanost
- > Zdravotnictví, pracovní neschopnost
- > Zemědělství
- > Životní prostředí

Průřezové statistiky

- > Cizinci
- > Genderové statistiky
- > Senioři
- > Souhrnná data o ČR
- > Regionální statistiky
- > Makroekonomické údaje
- > Evropská data (ESDS)
- > Mezinárodní data

Ve statistických tématech naleznete následující typy údajů a informací:

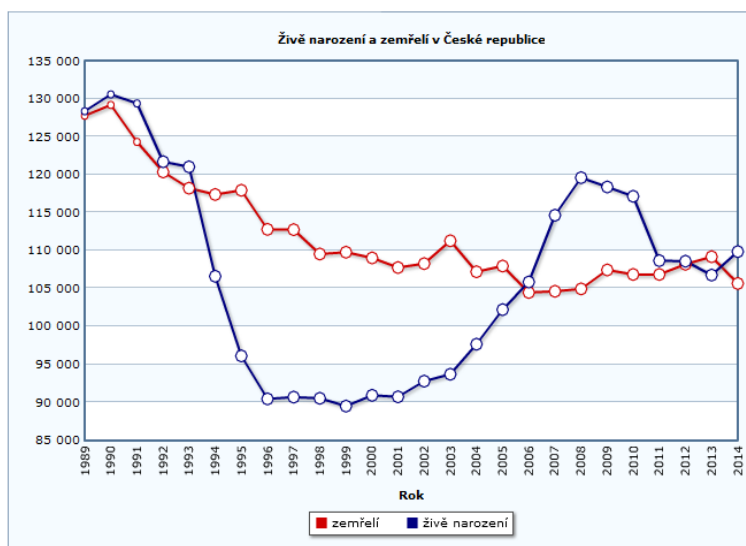
- Data**
Statistické údaje v tabulkách a grafech. Aktuální údaje i dlouhodobý vývoj ukazatelů v časových řadách.
- Analýzy, komentáře**
Komentovaný vývoj dané oblasti statistiky.
- Metodika**
Informace o sběru a zpracování dat, definice ukazatelů, související klasifikace, revize apod.
- Související informace**
Další užitečné informace a odkazy k danému tématu.

Obrázek 23: Jednotlivé statistiky na stránce ČSÚ

Zdroj: <https://www.czso.cz/csu/czso/statistiky>, [online]. [cit. 2016-03-29]

Jak uvádí Hendl (2014, s. 164), ČSÚ vydává i časopis určený pro širokou veřejnost. Jmenuje se *Statistiky a my* a vychází jako měsíčník. Jednotlivé články jsou psané srozumitelnou formou a cílem časopisu je informovat běžnou veřejnost o aktuálním dění ve společnosti.

Živě narození a zemřelí v České republice



Průřezové statistiky

- > [Cizinci](#)
- > [Genderové statistiky](#)
- > [Senioři](#)
- > [Souhrnná data o ČR](#)
- > [Regionální statistiky](#)
- > [Makroekonomické údaje](#)
- > [Evropská data \(ESDS\)](#)
- > [Mezinárodní data](#)

Kliknete-li na zvýrazněný bod křivky v určitém roce, zobrazí se graf s měsíčními údaji.

Data grafu jsou v [časové řadě](#).

> 3201815_0101.xls



Otevřená data ve formátu .xls
pro tvorbu vlastního grafu.

Obrázek 24: Jeden z interaktivních grafů na stránce ČSÚ

Zdroj: https://www.czso.cz/csu/czso/2-cr_od_roku_1989_obyv, [online]. [cit. 2016-03-29]

5 Zkreslování grafů

Grafy se čím dál častěji objevují v denním tisku, na internetu nebo v televizním vysílání, což samozřejmě klade větší nároky na schopnost rychle se orientovat v jejich vyobrazení a porozumět v nich obsaženým údajům. H. Wainer (2000, s. 11) doslova uvádí: „Dobrý graf je tichý a nechává data vyprávět jejich příběh jasně a úplně.“ Často se lze ale setkat s tím, že grafy s daty úplně nekorespondují a je pouze na čtenáři, aby je sám správně interpretoval a odhadl, co chtěl autor grafem vyjádřit. Nalezneme však i situace, kdy autor zcela záměrně část informací zamlčí nebo dokonce zkreslí tak, aby výsledný graf odpovídal jeho vizi, kterou chce čtenářům podsunout. Korektně vytvořený graf by měl proto obsahovat skutečná, pravdivá a především úplná data.

A. Cairo (2014, s. 105) vymezuje tři základní strategie, které autoři při tvorbě grafů využívají ke zkreslování a cílené manipulaci se čtenářem:

1. Skrývání údajů kvůli zvýraznění toho, co autorovi vyhovuje
2. Zobrazení příliš mnoha dat pro zakrytí reality
3. Použití různých typů grafů nevhodným způsobem

Právě tyto strategie jsem využil při tvorbě dotazníku pro mé šetření (viz kap. 8). Úloha „Volební průzkum“ je postavená na cíleném skrývání údajů, úloha „Inflace“ zase využívá především třetí strategii.

Míra manipulace v grafu se dá v některých případech vyjádřit i numericky. E. Tufte zavedl tzv. *podíl lži* (Tuft, 2001, s. 57) jako hodnotu, která popisuje vztah mezi mírou účinku dosaženého grafem a mírou účinku dosaženého vstupními daty. Tuto hodnotu lze vypočítat pomocí následujících vzorců:

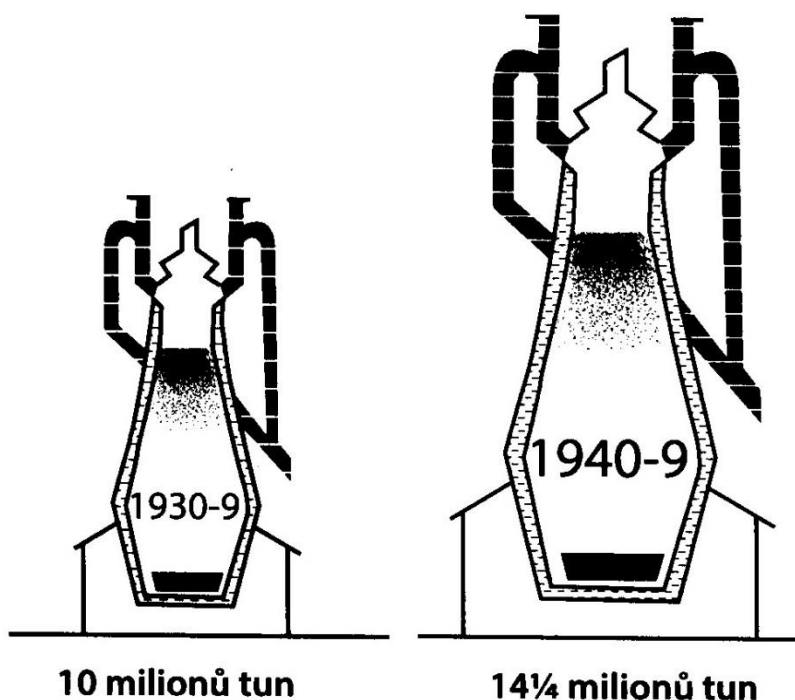
$$\text{Podíl lži} = \frac{\text{účinek dosažený grafem}}{\text{účinek dosažený vstupními daty}}$$

kde

$$\text{účinek} = \frac{|\text{druhá hodnota} - \text{první hodnota}|}{\text{první hodnota}}$$

Jinými slovy, *podíl lži* udává velikost účinku dosaženého grafem děleno skutečnou velikostí účinku dosaženého pomocí vstupních údajů, na kterých je graf

založen. Pokud chceme, aby graf vizuálně odpovídal datovému souboru, ze kterého čerpáme vstupní hodnoty, měl by se podíl lži pohybovat mezi hodnotami 0,95 a 1,05. V případě, že je hodnota menší nebo větší, znamená to, že došlo při tvorbě grafu k jeho podstatnému (a často zamýšlenému) zkreslení mnohem víc, než by se dalo považovat pouze za drobné nepřesnosti způsobené např. nepřesným vynášením hodnot do grafu. Nejčastějším typem grafu, ve kterém autoři využívají vysoké hodnoty podílu lži, jsou obrázkové grafy. Typickým příkladem je graf na obrázku 25. Druhá tavicí věž zabírá třikrát větší plochu než první, zatímco růst kapacity ocelářství za sledované období byl pouze 1,425násobný. Podíl lži tak vychází 2,105.



Obrázek 25: Obrázkový graf

Zdroj: (Huff, 2013, s. 97)

D. Huff (2013, s. 163 –184) pokládá pět jednoduchých otázek. Pokud na ně čtenář dokáže odpovědět, vyhne se ve velké míře riziku, že by uvěřil zkreslenému grafu.

1) Kdo to říká?

Je důležité se zamyslet, jaké postavení má autor grafu vůči jeho obsahu. Pokud se například jedná o placenou reklamu, ve které nás zubař informuje o účinku léčby, jistě nebude prezentovat graf na první pohled s nepřesvědčivými výsledky. V takovém případě by se samozřejmě reklama minula účinkem.

2) Jak to ví?

Vždy bychom měli vědět, na jakém souboru probíhalo testování. Zda byl vybraný opravdu náhodně a zda byl dostatečně početný. Uvedu konkrétní příklad. Ve svém šetření oslovím 1 000 firem s jednoduchou otázkou typu „Zvýšili jste v důsledku ekonomické krize ceny?“. Jen 14 % procent z nich odpovědělo. Ti, kteří odpověděli, vytvořili vzorek, ze kterého lze usuzovat na určité zájmy, na podjatost. Soubor lze těžko prohlásit za náhodně vybraný, protože se firmy vybraly samy.

3) Co chybí?

Ne vždy je uvedeno, jak byl soubor velký. Chybí-li tento údaj a zvláště pokud je zdroj informací na celé věci nějak zainteresovaný, je to dostatečný důvod, aby člověk celou takovou informaci považoval za podezřelou. Dále by čtenář měl dávat pozor na slovo „průměr“, není-li uvedeno, o jaký typ výpočtu se jedná. Je zřejmé, že např. mezi mediánem, aritmetickým nebo geometrickým průměrem mohou být značné rozdíly.

Vraťme se k příkladu z předchozí otázky. Dejme tomu, že 63 % firem zvolilo zápornou odpověď. Je tedy příhodné prezentovat toto číslo v grafu jako nadpoloviční většinu. Pokud ovšem procenta převedeme do řeči konkrétních čísel, pouze 88 z 1 200 oslovených firem vyslovilo nesouhlas. Což vyjádřeno opět v procentech představuje pouze 7,3 % ze všech firem.

4) Nezměnil někdo předmět?

Především při dlouhodobějším sledování se může stát, že se během této doby změnila definice sledovaného subjektu. Jak uvádí Huff (2013, s. 174), sčítání lidu v USA ukázalo, že v roce 1935 existovalo o půl milionu více farem než pět let předtím. Nebylo to však tím, že by se lidé začali hromadně věnovat farmaření, ale že se změnila definice farmy použitá statistickým úřadem.

5) Dává to smysl?

Mnohé statistiky jsou falešné už na první pohled. Huff (2013, s. 179) např. uvádí kalkulaci jednoho známého urologa, že ve Spojených státech je osm miliónů případů rakoviny prostaty, což by znamenalo, že na každého muže v ohrožené věkové skupině připadá 1,1 prostatických žláz s rakovinou.

Pokud nejsou odpovědi na výše zmíněné otázky u grafu přímo uvedeny nebo je nelze dohledat, např. v případě, že původní zdroj dat je již nedostupný, měl by čtenář ke grafu přistoupit kriticky a nebrat vyvozené závěry za zcela směřodonné.

6 Práce s grafy v testování českých žáků

Otázkou, kterou se budu zabývat v této kapitole, je, jaké znalosti vykazují čeští žáci v oblasti tvorby a interpretace grafů. K tomu lze využít zejména výsledky mezinárodních srovnávacích studií PISA a TIMSS, resp. výsledky těch úloh, které se zabývají prací s daty.

Předmětem mého zájmu tedy budou uvolněné úlohy z TIMSS a PISA u žáků základních škol. Konkrétně zmapuji, jaké typy grafů se v úlohách objevily a jak úspěšní byli čeští žáci při jejich řešení. Zároveň okomentuji příčiny nejčastějších chyb a zkusím nalézt důvody, proč byli žáci při řešení některých úloh úspěšnější než jinde. Také navrhnou, jak by bylo možné úlohy modifikovat, především pro využití plného potenciálu, který úloha dle mého názoru při práci s grafy nabízí. U některých úloh, které měly vysoké procento správných odpovědí, uvedu možnosti, jak by bylo možné úlohu pro žáky ztížit. Tím se tato kapitola dostává na pomezí teoretické a praktické části práce.

Ponechám stranou, jaké jsou celkové výsledky českých žáků v mezinárodním srovnání. Stejně tak není cílem této práce hodnotit úspěšnost řešení úloh z genderového hlediska. Tyto informace lze snadno dohledat např. na stránkách České školní inspekce.

Vzhledem k tomu, že autoři výzkumů TIMSS ani PISA neuvolnili kompletní sadu úloh, nelze určit, jak velká část úloh je zaměřena na práci s grafy.

6.1 TIMSS

Mezinárodní šetření TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) zjišťuje úroveň znalostí a dovedností žáků 4. a 8. ročníku základní školy v matematice a v přírodovědných předmětech. Cyklus tohoto šetření je čtyřletý. Poslední šetření proběhlo v roce 2015. Úlohy jsou koncipované tak, aby tematicky odpovídaly učivu ZŠ.

Zaměřím se na uvolněné úlohy, ve kterých hrají významnou roli grafy, a na dovednosti, které museli žáci prokázat při jejich řešení. Pro názornost uvádím zadání v původní podobě tak, jak bylo předloženo žákům. Vizualní stránka hraje totiž významnou roli v pochopení zadání úlohy.

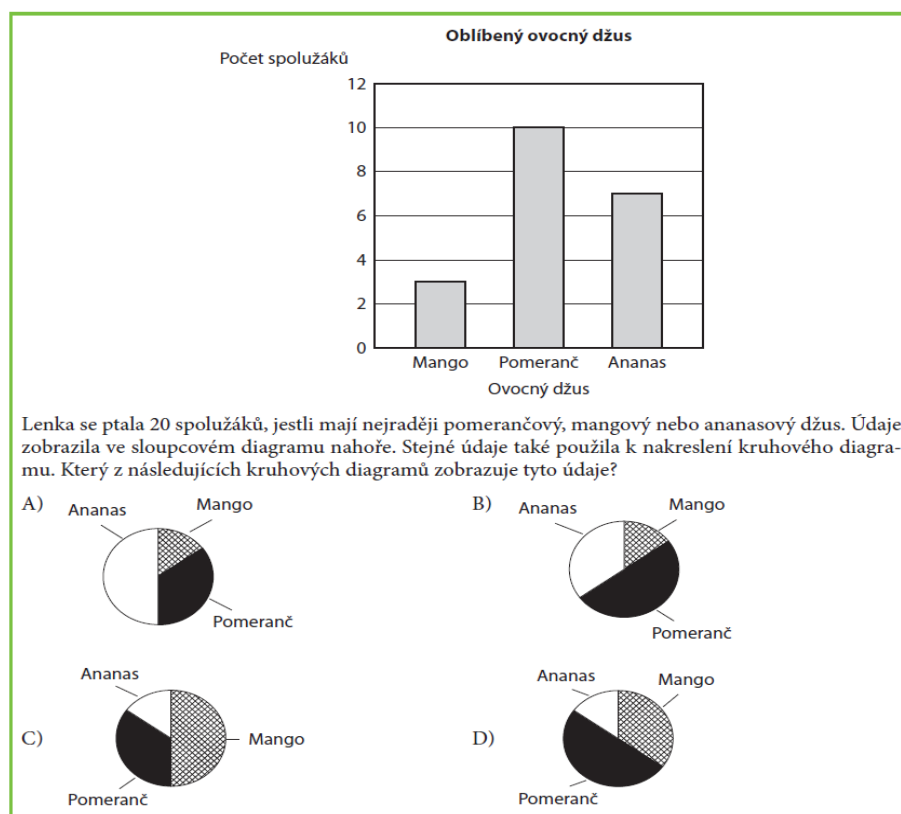
Ke správnému zodpovězení testových otázek potřebovali žáci nejen ovládat učivo, které je předmětem výzkumu, ale také uplatnit různé kognitivní dovednosti. Ve výzkumu TIMSS 2007 byly dovednosti rozděleny do tří oblastí: prokazování znalostí, používání znalostí a uvažování. Všechny tři oblasti dovedností bylo nutné použít i v níže uvedených úlohách.

Úlohy řadím sestupně podle úspěšnosti českých žáků při jejich řešení. Zároveň uvádím i původní číselné označení úloh, aby bylo možné dohledat, jak byly úlohy zadávány za sebou.

6.1.1 TIMSS 2007, 4. ročník

V uvolněných úlohách v (Tomášek, 2009a) se vyskytují sloupcové, koláčové a pruhové grafy. Ostatní typy autoři při tvorbě úloh nevyužili. Po žácích byla vyžadována především schopnost číst v grafu, řidčeji pak schopnost grafy konstruovat. Grafy byly základní, neshledal jsem je nijak složité ani nepřehledné.

Úloha M66 (M07-12)



Obrázek 26: Sloupkový graf, koláčové grafy

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 81)

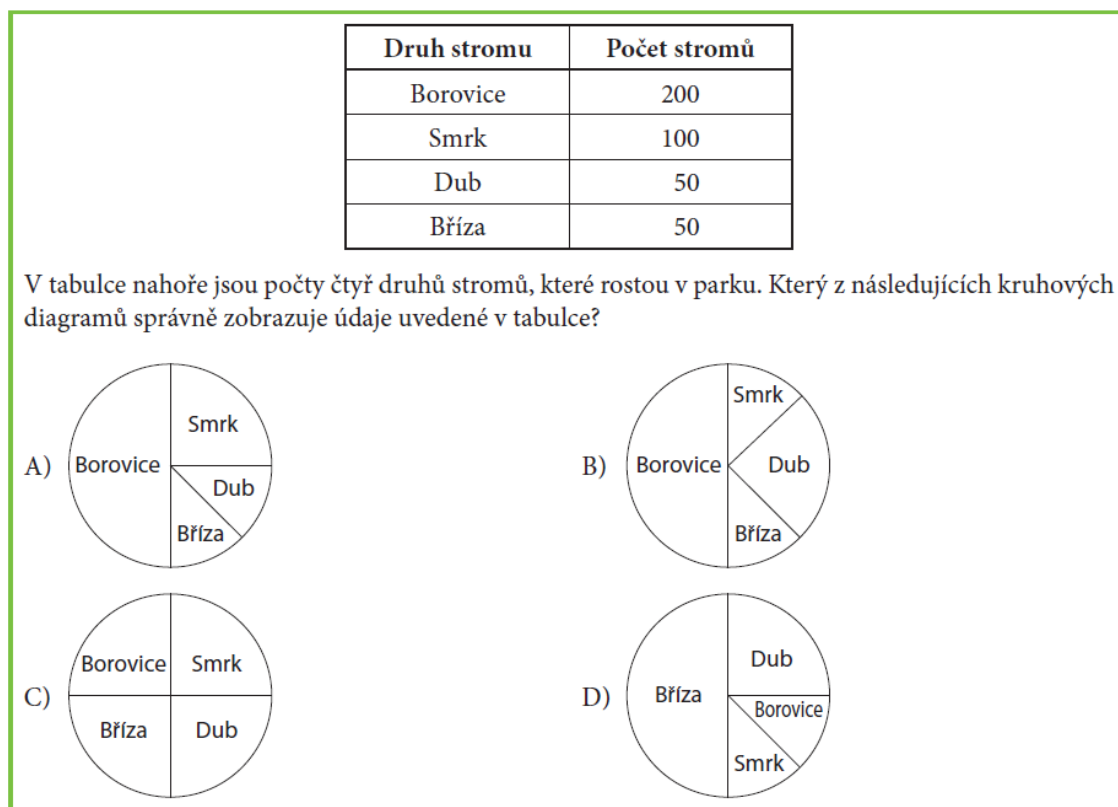
V úloze měli žáci za úkol najít koláčový graf, který odpovídá údajům uvedeným ve sloupcovém diagramu. Při jejím řešení museli prokázat schopnost číst a interpretovat data v diagramu a schopnost logické úvahy.

Ke správné odpovědi lze dojít hned několika způsoby. Např. ze sloupcového diagramu vyplývá, že nejméně oblíbený je mangový džus a nejvíce oblíbený pomerančový džus. Tyto dvě podmínky splňuje kruhový diagram B. Další způsob řešení spočívá v postupném vylučování nesprávných odpovědí: například nejvíce oblíbený je pomerančový džus, tedy vyloučí se diagramy A a C, ananasový džus je oblíbenější než mangový, tím se vyloučí diagram D a tedy správně je diagram B.

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	4,2	69,8	3,0	15,1

Žáci neměli s touto úlohou větší problémy. Přestože nejsou v koláčových grafech uvedeny přesné hodnoty, žáci se nenechali zmást a téměř 70 % z nich odpovědělo správně. Z odpovědí je dále vidět, že pouze 7,2 % žáků nepřiradilo největší výsek v koláčovém grafu k pomeranči (odpovědi A a C). Předpokládám, že žáci, kteří označili odpověď D, správně identifikovali pomeranč, úlohu však následně nedotáhli do správného konce. Je otázkou, jak by se změnilo procento správných odpovědí, pokud by v jednom z nabízených koláčových grafů bylo dodrženo pořadí oblíbenosti ovoce, ale ve špatném poměru.

Úloha M59 (M01-11)



Obrázek 27: Koláčové grafy

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 11)

Žáci měli určit, který z koláčových grafů odpovídá údajům uvedeným v tabulce. Ke správné odpovědi mohli dojít dvěma způsoby. První možností, vyžadující znalost práce se zlomky, bylo vyjádřit počet jednotlivých druhů stromů pomocí zlomku (borovice $200/400 = 1/2$, smrk $100/400 = 1/4$, dub $50/400 = 1/8$, bříza $50/400 = 1/8$) a najít odpovídající graf. Druhý způsob řešení spočíval v použití logické úvahy a vyloučení nesprávných odpovědí: nejvíce je borovic, vyloučí se tak diagramy C a D, dubů je stejně jako bříz, vyloučí se proto diagram B, a tudíž správně je diagram A.

Správná odpověď: A

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	66,0	6,1	9,5	4,1

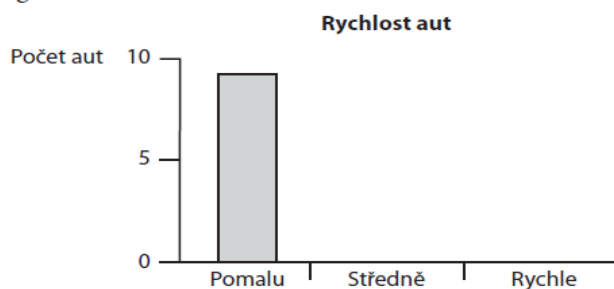
Jedná se typově o velmi podobnou úlohu, jako byla úloha předchozí. Pouze místo sloupcového grafu žáci hledali vstupní data v tabulce. Není proto divu, že i úspěšnost žáků dosáhla podobných hodnot. Co však lze považovat za celkem překvapivé, že téměř 10 % žáků označilo za správnou variantu odpověď C, kde je koláčový graf rozdělen na čtvrtiny. Nedovedu určit, co je k tomuto rozhodnutí vedlo. Za druhou nejčtenější odpověď bych totiž očekával možnost B, kde je v grafu dominantní borovice, tak jako se to stalo u dominantního pomeranče v předchozí úloze. Mezi distraktory by šlo zařadit graf, kde by byly změněné poměry, ne však pořadí dle četnosti. Pak by již nebylo možné při řešení úlohy použít logickou úvahu popsanou výše, ale žáci by museli prokázat znalost práce se zlomky.

Úloha M64 (M04-11)

Několik žáků zjišťovalo, jak rychle jezdí auta kolem jejich školy. V tabulce jsou zapsány výsledky 20 aut.

Auto	Pomalů	Středně	Rychle
1		X	
2	X		
3	X		
4			X
5			X
6	X		
7		X	
8		X	
9	X		
10	X		
11	X		
12		X	
13	X		
14			X
15			X
16	X		
17		X	
18	X		
19		X	
20			X

Aby byly výsledky přehlednější, začali žáci z údajů sestavovat sloupcový diagram. Dokonči sloupcový diagram.



Obrázek 28: Sloupcový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 78)

V úloze měli žáci za úkol dokončit sloupcový graf z údajů získaných při jednoduchém statistickém šetření, které byly zaznamenány v tabulce. Obtížnost úlohy byla zvýšena tím, že autor na svislé ose zvolil měřítko 5 a žáci museli výšku sloupců odhadovat.

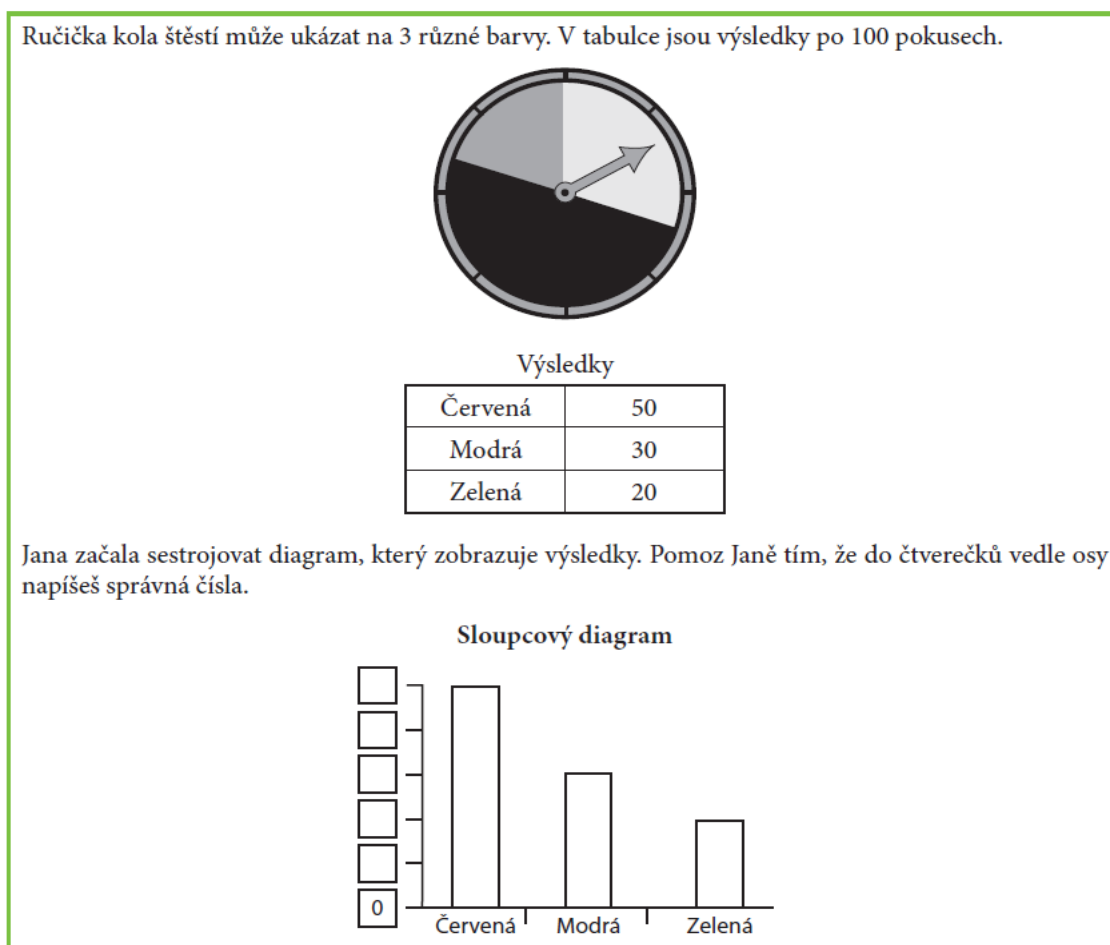
Za správnou odpověď se považovalo, pokud byly oba sloupce správně nakreslené, tj. sloupec „Rychle“ měl dosahovat hodnoty mezi 4 a 6 (včetně), sloupec pro „Středně“ měl být vyšší než sloupec „Rychle“, ale menší než 7,5. Za částečně správnou odpověď byl považovaný jeden správně zakreslený sloupec. Všechny další odpovědi byly považované za špatné. Zvlášť je vyčleněný případ, kdy žák úlohu neřešil.

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	Správně	Částečně správně	Špatně	Bez odpovědi
Četnost (%)	40,6	12,3	20,1	27,1

Jedná se o úlohu, kde měli žáci nejen číst hodnoty, ale i vytvářet graf. Z výsledků je vidět, že více než čtvrtina žáků se do řešení vůbec nepustila. Předpokládám, že právě potřeba vlastní invence v kombinaci s časovým limitem zapříčinila tak vysoké procento neřešitelů.

Přes 50 % z celkového počtu žáků vyřešilo úlohu alespoň částečně. Pokud bychom brali v potaz pouze žáky, kteří se o nalezení výsledku pokusili, pak by úspěšnost správných řešitelů dosáhla 56,2 % a úspěšnost alespoň částečně správných dokonce přes 72 %. Je tedy vidět, že pokud se žáci nenechali od řešení odradit, dosahovali velice slušných výsledků.

Úloha M61 (M02-10)



Obrázek 29: Sloupcový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 74)

Žáci měli prokázat schopnost zobrazit údaje obsažené v tabulce pomocí sloupcového diagramu. Úloha měla aplikační charakter a ověřovala pouze část tvorby sloupcového grafu a to popis stupnice na svislé ose hodnot.

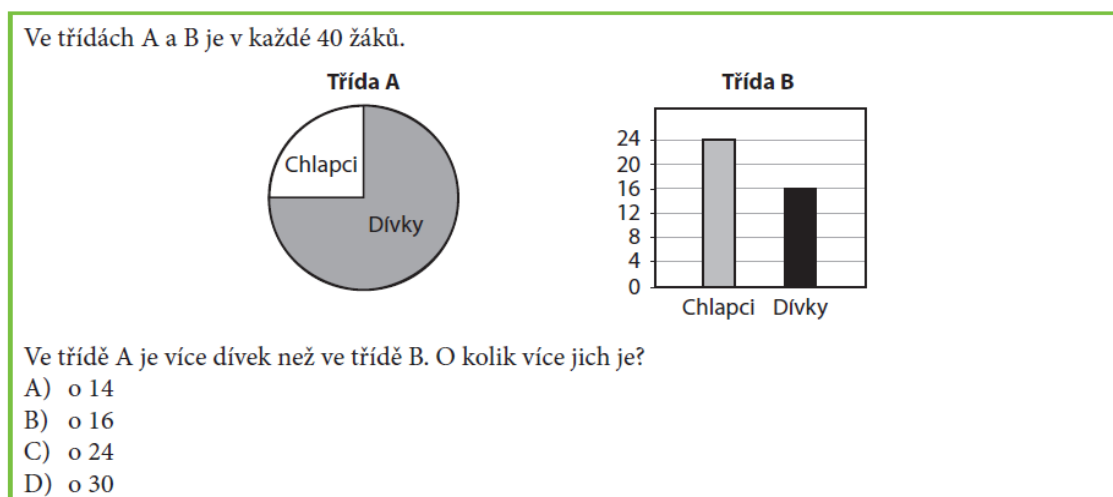
Správná odpověď jsou čísla seřazená sestupně v pořadí 50, 40, 30, 20, 10. Jakékoliv jiné hodnoty byly považovány za špatnou odpověď. Zvlášť je uvedena možnost, že žáci označili na ose y správně pouze hodnoty jednotlivých sloupců, tj. 20, 30, 50.

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	Správně	Správně sloupce	Špatně	Bez odpovědi
Četnost (%)	33,4	6,6	32,0	28,0

Ačkoliv tuto úlohu považují za velmi snadnou, pouze třetina žáků ji dokázala správně vyřešit. Předpokládám, že hodně špatných odpovědí bylo ve tvaru 0, 1, 2, 3, 4, 5. Žáci totiž mohli pochopit osu y poměrově a uvádět tak poměrné hodnoty.

Z výsledků je zřejmé, že pokud již někdo dokázal úlohu vyřešit, zvládl ji vyřešit úplně. Jen minimum žáků vyznačilo pouze hodnoty jednotlivých sloupců. Je to pravděpodobně dáno tím, že pokud žák správně zakreslil hodnoty 20, 30 a 50, do vzniklých prázdných míst již neměl problém doplnit hodnoty 10 a 40. Více než čtvrtina žáků se ani nepokusila nalézt řešení. Dle mého názoru to bylo způsobeno tím, že se nejedná o standardní úlohu vyžadující tvorbu nebo čtení grafu a žáky tak zadání úlohy zaskočilo.

Úloha M57 (M04-13)



Obrázek 30: Koláčový a sloupcový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 67)

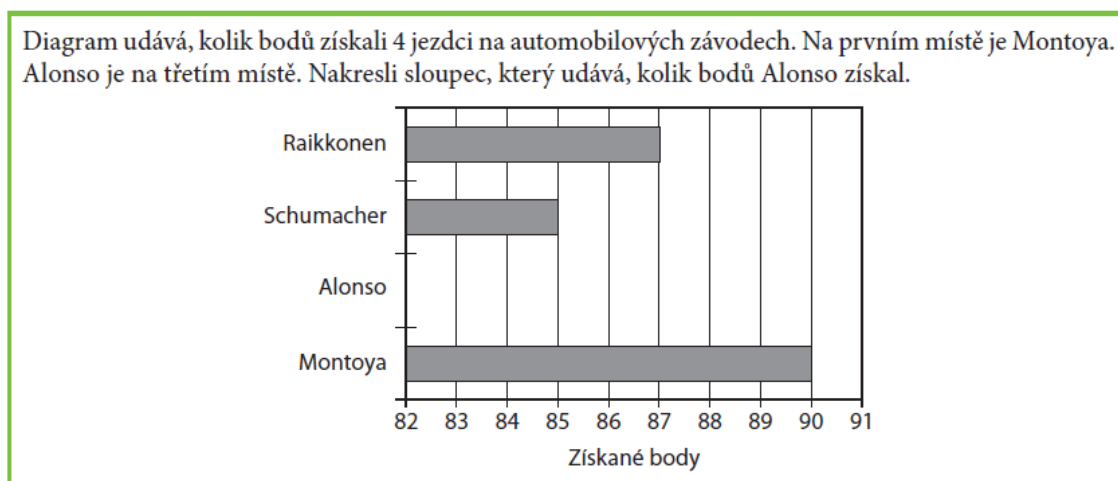
V této úloze měli žáci prokázat, že umí číst koláčový a sloupcový graf a dokáží číselně interpretovat část obrázku, který vyjadřuje počet větší než jedna. Nalezení správného řešení předpokládá znalost práce se zlomky, tj. schopnost vyčíslit část celku vyjádřenou zlomkem.

Správná odpověď: A

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	30,7	23,5	20,1	10,6

Jakmile se ke čtení v grafu přidala i práce se zlomky (případně poměrem), úspěšnost žáků při řešení úlohy značně poklesla. Myšlenkové pochody žáků jsou zde podle mě vcelku zřejmé. Odpověď B volili žáci, kteří vyčetli z druhého grafu počet dívek ve třídě B, tj. 16, a dále již s touto hodnotou nepracovali. Odpověď C volili žáci, kteří vyčetli z grafu počet chlapců ve třídě B, ale nedokázali s touto hodnotou dále naložit. Jde o překvapivě vysoké procento žáků na to, že v zadání není explicitní otázka týkající se počtu chlapců. V odpovědi D je uveden počet dívek ve třídě A. Zde již žáci museli prokázat i jisté algebraické znalosti, aby tuto hodnotu vypočítali, přesto řešení nedotáhli do konce. Celkově tedy vybrali správný graf pouze asi tři žáci z deseti.

Úloha M62 (M02-11)



Obrázek 31: Pruhový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009a, s. 75)

Úloha, při jejímž řešení musí žáci prokázat schopnost číst a zobrazit data ve sloupcovém grafu a schopnost logického uvažování: závodník na 3. místě získal méně bodů než závodník na 2. místě a zároveň více bodů než závodník na 4. místě. Dále bylo třeba si uvědomit, že počet bodů je celé číslo a je tedy třeba zakreslit sloupec udávající přesně hodnotu 86.

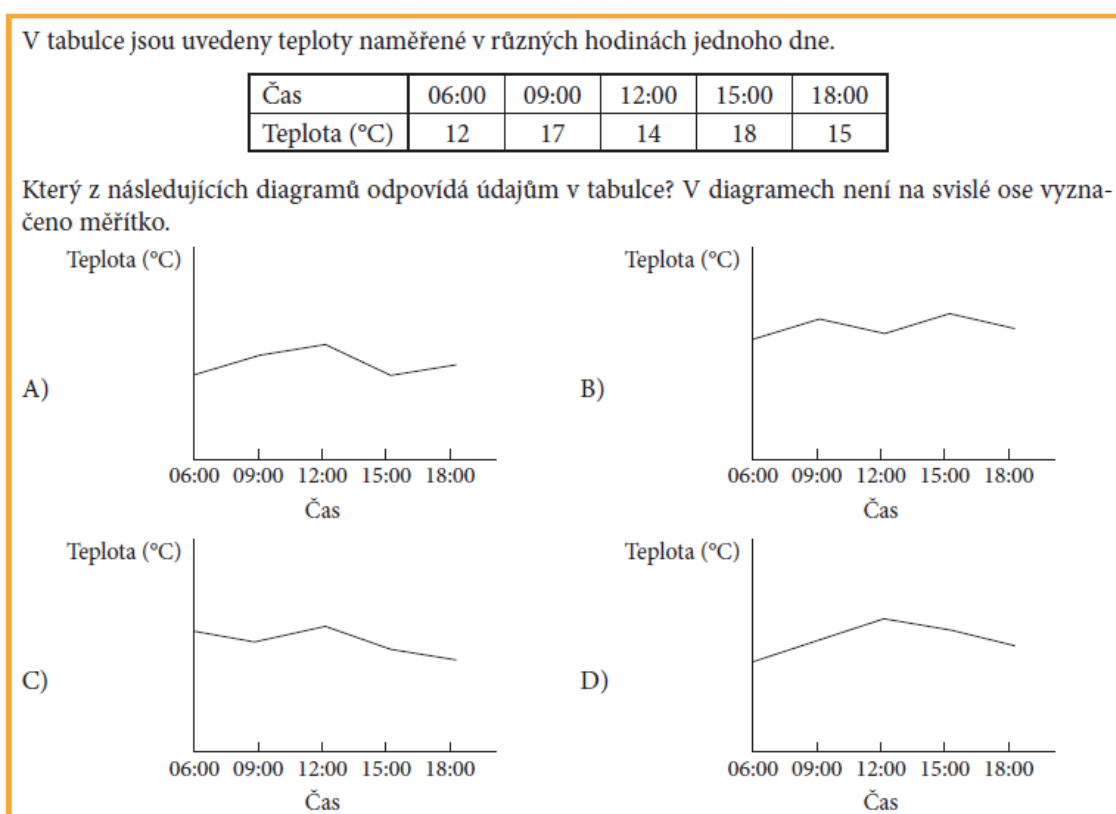
Odpovědi českých žáků				
Odpověď	Správně	Necelé číslo mezi 85 a 87	Špatně	Bez odpovědi
Četnost (%)	29,9	0,9	35,4	33,8

Ač to tak na první pohled nemusí vypadat, úlohu považuji za obtížnější a výsledky mi dávají za pravdu. Složitost této úlohy vidím především v kombinaci psaného textu a grafu. Žáci musí současně text analyzovat a spojovat jeho obsah s údaji předloženými pomocí grafu. Tato kombinace dle mého názoru vedla k tomu, že celá třetina žáků se ani nepokusila úlohu řešit. Další více než třetina žáků ji vyřešila špatně. Z výsledků vyplývá, že pokud již žáci našli správnou hodnotu, dokázali ji v drtivé většině případů do grafu i korektně zakreslit.

6.1.2 TIMSS 2007, 8. ročník

V souboru uvolněných úloh pro 8. ročník v publikaci (Tomášek, 2009b) se vyskytují typologicky velmi podobné úlohy jako v sadě úloh pro 4. ročník. Lze opět pozorovat kladení důrazu především na čtení z grafů. Nalezneme zde však navíc úlohu na kompletní konstrukci grafu a další typy grafů – spojnicový a obrázkový graf.

Úloha M67 (M03-08)



Obrázek 32: Spojnicové grafy

Zdroj: (Tomášek, 2009b, s. 83)

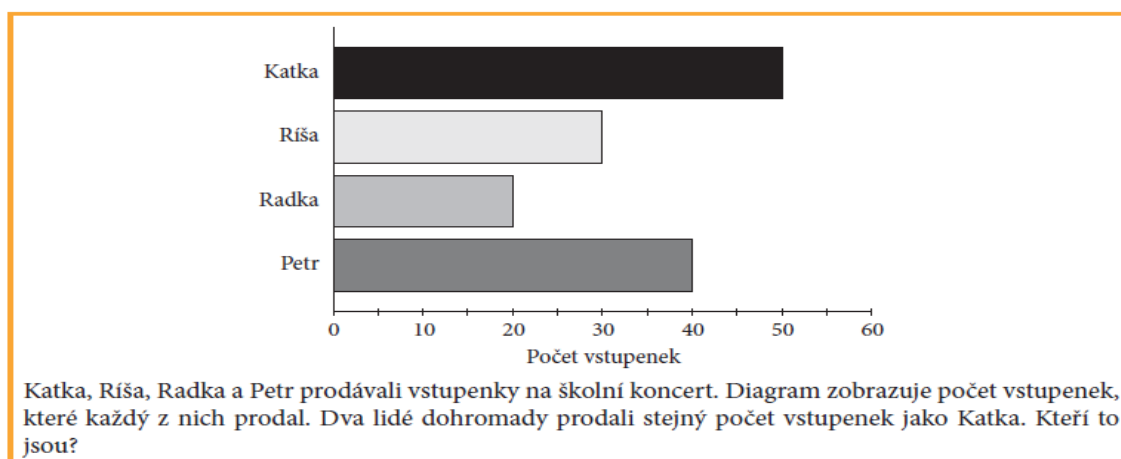
Žáci měli identifikovat spojnicový graf, který odpovídá údajům uvedeným v tabulce. Protože v grafech není vyznačena stupnice na svislé ose teplot, nelze při hledání vycházet přímo z naměřených hodnot, ale z tendence mezi danými okamžiky měření. Ke správné odpovědi lze dojít vylučovací metodou: teplota mezi 6. a 9. hodinou ranní rostla, vyloučím tím graf C, následně od 9:00 do 12:00 klesala, což pak vylučuje i grafy A a D. Zůstává jediný graf B. Aby odpověď byla jednoznačná, mělo by se ještě ověřit, že i teplotní tendence mezi 12. a 15. hodinou odpovídá tomuto grafu. Může se stát, že by tomu tak být nemuselo a správnou odpovědí by pak nebyla žádná z nabízených možností (což však úlohy z TIMSS nepřipouští). V tomto případě je však graf B znázorněn korektně, a je tedy správnou odpovědí.

Správná odpověď: B

Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	3,2	88,2	3,1	3,4

Úloha zaměřená na průběh grafu nečinila žákům v podstatě žádné potíže. Téměř 9 z 10 žáků odpovědělo správně. Žádná ze špatných odpovědí svojí četností nijak nevyčnívá, nelze tedy říct, že by žáci dělali jednu konkrétní chybu. Uvítal bych zde navíc jako jednu z možných odpovědí volbu „Žádný z předložených grafů“, aby byli žáci nuceni opravdu analyzovat celý průběh a nejen vybírat nejpravděpodobnější odpověď.

Úloha M68 (M02-13)



Obrázek 33: Pruhový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009b, s. 84)

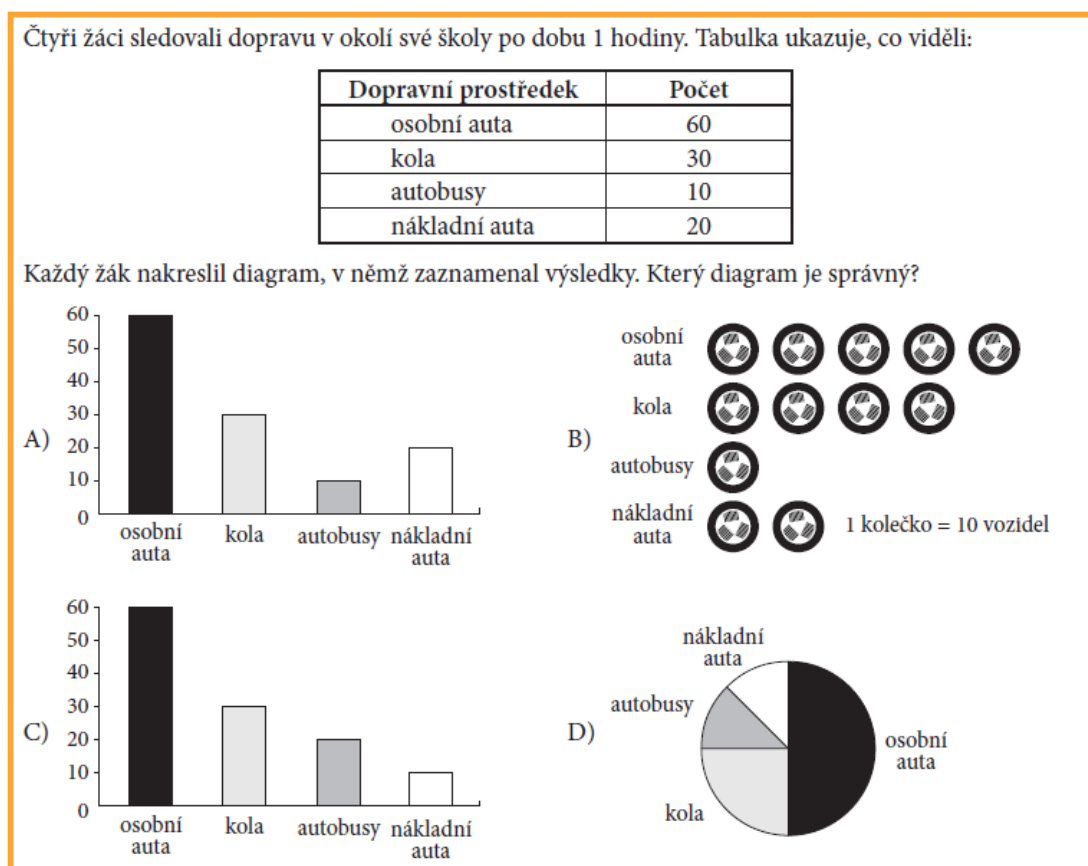
Ve slovní úloze, v níž měli žáci identifikovat údaje splňující danou podmínku, byla data zadána pomocí pruhového grafu. Od žáků se předpokládala schopnost číst v grafu a znalost elementární aritmetiky.

Správná odpověď: Ríša a Radka

Odpověď	Správně	Špatně	Bez odpovědi
Četnost (%)	87,2	9,8	2,9

Celkově úloha nečinila žákům větší potíže. Grafické zadání je jednoznačné, velikost jednotlivých sloupců zaokrouhlena na desítky. Jedinou obtíž spatřuji ve slovní formulaci zadání, které by mohlo být pro některé žáky méně srozumitelné. To se ovšem podle výsledků nepotvrdilo. Zajímavostí je, že čeští žáci překonali při řešení této úlohy o více než 20 % mezinárodní průměr. Nedokáží určit, čím to může být.

Úloha M64 (M02-12)



Obrázek 34: Sloupcový, obrázkový a koláčový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009b, s. 77)

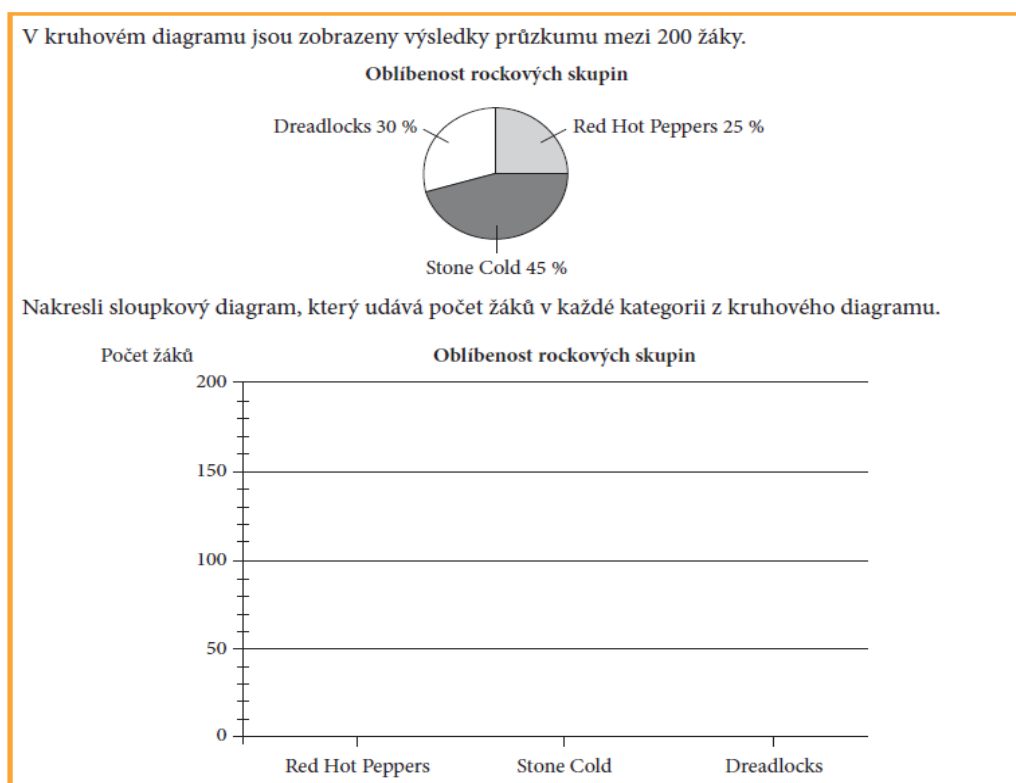
Žáci měli nalézt graf, který znázorňuje data uvedená v tabulce. Na rozdíl od úloh určených pro 4. ročník se zde vyskytl i obrázkový graf, reprezentovaný kolečky místo klasických sloupců. Jde o jedinou úlohu, kde autoři použili netypický graf. Bohužel ale dle mého názoru nevyužili plného potenciálu úlohy, protože správnou odpověď reprezentoval opět klasický sloupcový graf.

Správná odpověď: A

Odpovědi českých žáků				
Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	85,1	0,3	7,1	5,9

Úloha se ukázala i přes použití obrázkového grafu jako jednoduchá, mimo jiné i proto, že u sloupcových grafů byly u svislé osy uvedeny číselné hodnoty. Jejich odstraněním by obtížnost nepochybně vzrostla. Žáci by pak nemohli číst hodnoty pro jednotlivé druhy dopravních prostředků přímo z grafu a museli by porovnávat počty dopravních prostředků mezi sebou. Stejně tak autoři mohli sloupcové grafy vynechat úplně.

Úloha M66 (M02-14)



Obrázek 35: Koláčový a sloupcový graf

Zdroj: (Tomášek, 2009b, s. 81)

Úkolem žáků bylo zaznamenat výsledky statistického šetření znázorněné v procentech v koláčovém grafu pomocí absolutních hodnot do sloupcového grafu. Jde o komplexní úlohu aplikačního charakteru, která ověřovala, zda žáci umí číst a následně znázornit údaje pomocí grafu a zda umí vypočítat procentovou část, je-li dán základ a počet procent.

Za správnou odpověď autoři považují zakreslení všech tří sloupců podle následujících pravidel: 50 by mělo končit na správné přímce; 90 by mělo být menší než 100, ale větší než 90; 60 by mělo být menší než 70, ale větší než 50. Osobně mi přijde tato tolerance jako velký ústupek vzhledem k tomu, že jsou hledané hodnoty na ose y vyznačené (i když ne číselnou hodnotou). Pokud dovedou žáci správně vypočítat velikost jednotlivých sloupců, neměl by pro ně již být problém je zakreslit.

Odpovědi českých žáků					
Odpověď	Tři sloupce správně	Dva sloupce správně	Ve sloupcích jsou %	Špatně	Bez odpovědi
Četnost (%)	45,5	5,7	11,0	26,5	11,2

Úlohu správně vyřešilo 45,5 % žáků, tedy necelá polovina. Přibližně každý desátý žák nakreslil místo konkrétního počtu žáků do grafu jejich procentní podíl. Zhruba stejný počet žáků se do řešení úlohy vůbec nepustil. Za zajímavý výsledek považují velmi malé procento žáků, kterým se úlohu povedlo vyřešit pouze částečně. Z výsledků vyplývá, že pokud již žák zvládl najít korektní postup, v naprosté většině případů došel i ke správnému kompletnímu řešení.

6.2 PISA 2012, 9. ročník

Mezinárodní šetření PISA (Programme for International Student Assessment) je zaměřeno na zjišťování úrovně gramotností patnáctiletých žáků v oblasti čtení, matematiky a přírodních věd. Tito žáci se ve většině zúčastněných zemí nacházejí v posledních ročnících povinné školní docházky. Záměrem šetření tedy není zkoumat, jak žáci umí reprodukovat nabyté vědomosti, ale jak dovedou v rozmanitých situacích běžného života využít to, co se dosud naučili. Je koncipováno tak, aby poskytovalo tvůrcům školské politiky v jednotlivých zemích důležité informace o fungování jejich školských systémů.

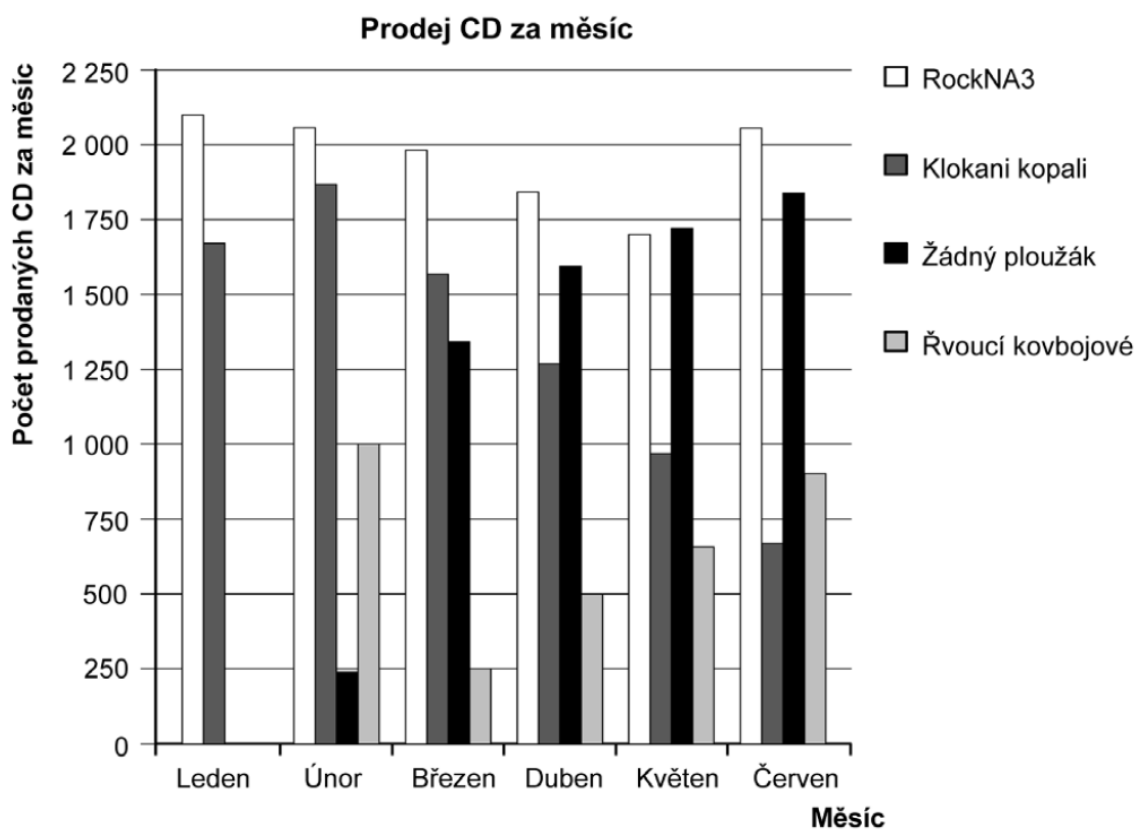
Dalším z cílů projektu PISA je pravidelné zjišťování vědomostí a dovedností nezbytných pro úspěšné uplatnění mladých lidí v reálném konkurenčním prostředí společnosti nového tisíciletí (Palečková, Tomášek, 2013, s. 5). V roce 2012 bylo šetření PISA zaměřené zejména na oblast matematické gramotnosti žáků.

V uvolněných úlohách z šetření PISA se vyskytly tři základní typy grafů – sloupcový, koláčový a spojnicový. V tom se od sebe jednotlivá šetření nijak výrazně neliší. Ve srovnání s šetřením TIMSS jsou však úlohy zadané obsáhlejší.

Opět ponechám stranou, jaké jsou v mezinárodním srovnání celkové výsledky českých žáků. Stejně jako v případě šetření TIMSS vycházím ze souboru uvolněných úloh (případně jejich částí), ve kterých se vyskytly grafy. Úlohy uvádím v původní grafické podobě a řadím je tak, jak byly zadány za sebou. Na rozdíl od úloh ze šetření TIMSS zde totiž každá úloha obsahuje několik podotázek, nelze tedy úlohy jednoznačně seřadit podle úspěšnosti řešení. Výsledky jsou z šetření provedeného v roce 2012.

Úloha Hitparáda (Tomášek, Frýzek, 2012, s. 12)

V lednu vyšla nová CD kapel *RockNA3* a *Klokani kopali*. V únoru vydaly svá CD kapely *Žádný ploužák* a *Řvoucí kovbojové*. Následující diagram ukazuje prodej těchto CD od ledna do června.



Obrázek 36: Sloupcový graf

Zdroj: (Tomášek, Frýzek, 2013, s. 12)

Otázka č. 1

Kolik CD prodala kapela *Řvoucí kovbojové* v dubnu?

- A) 250
- B) 500
- C) 1000
- D) 1270

Při řešení úlohy žáci prokazovali, že umí přečíst data z vícenásobného sloupcového grafu. Otázka byla zaměřena na základní porozumění grafu.

Správná odpověď: B

Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	2,1	91,3	0,9	5,0

Otázka nečinila žákům větší potíže a přes 90 % žáků ji zodpovědělo správně. Za špatné odpovědi autoři zvolili prodeje CD *Řvoucích kovbojů* v únoru, resp. v březnu a prodej CD kapely *Klokani kopali* v dubnu. Volil bych pravděpodobně stejné nebo velmi podobné možnosti.

Otázka č. 2

Ve kterém měsíci prodala kapela *Žádný ploužák* poprvé více CD než kapela *Klokani kopali*?

- A) V žádném
- B) V březnu
- C) V dubnu
- D) V květnu

Otázkou autoři testovali schopnost žáků přečíst a porovnat data zobrazená ve složitějším sloupcovém grafu.

Správná odpověď: C

Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	6,5	4,0	81,0	7,4

Opět se jednalo o otázku, která nečinila žákům větší potíže. Předpokládám, že většina žáků volila strategii postupného procházení grafu po jednotlivých měsících.

Otázka č. 3

Manažer skupiny *Klokani kopali* je znepokojen, protože počet prodaných CD kapely od února do června klesl. Kolik jejich CD se dá očekávat, že se prodá v červenci, jestliže bude tento nepříznivý vývoj pokračovat?

- A) 70 CD
- B) 370 CD
- C) 670 CD
- D) 1 340 CD

Záměrem otázky bylo zjistit, zda se žáci orientují v sloupcovém grafu natolik, aby byli schopni rozpoznat a kvantifikovat trend v datech, tj. odhadnout počet CD, který se prodá v budoucnosti, když bude daný trend pokračovat.

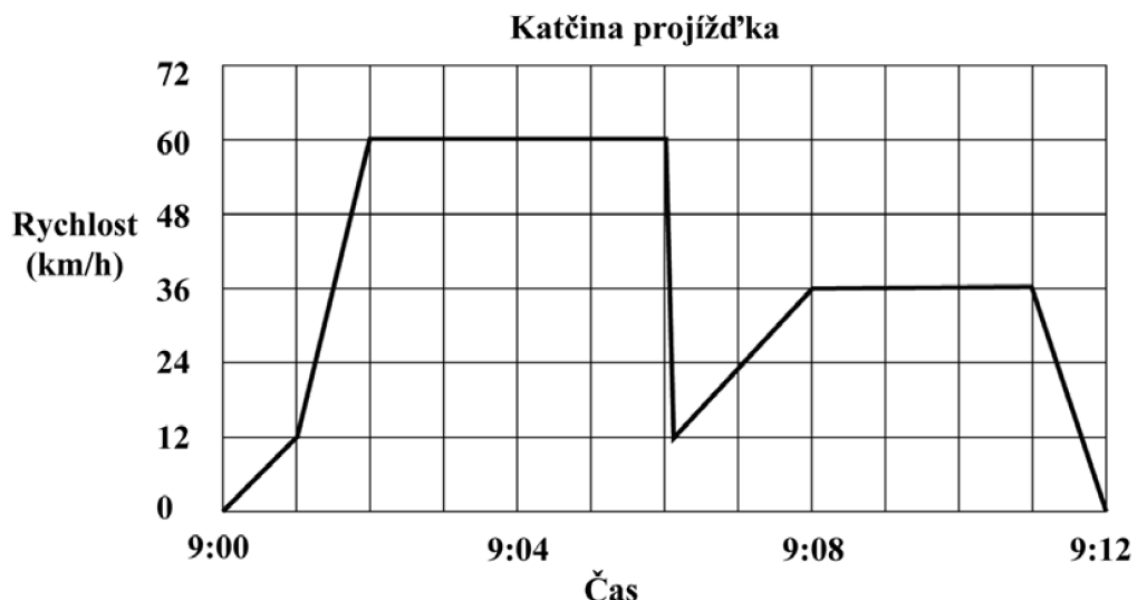
Správná odpověď: B

Odpověď	A	B	C	D
Četnost (%)	4,0	77,6	15,7	1,8

I přes na první pohled komplikovanější otázku si žáci poradili vcelku dobře. Přes 77 % jich označilo správnou odpověď. Zhruba každý sedmý žák zvolil špatnou odpověď 670 CD. Tato hodnota odpovídá počtu prodaných disků kapely *Klokani kopali* v červnu. Předpokládám, že část žáků zvolila tuto odpověď z nepozornosti, část žáků si nevěděla s úlohou rady, a tak volili hodnotu, kterou z grafu u kapely vyčetli.

Úloha Projížd'ka autem (Tomášek, Frýzek, 2012, s. 34)

Katka si vyjela v autě. Během jízdy náhle před auto vběhla kočka. Katka šlápla na brzdu a kočku minula. Trochu otřesena se Katka rozhodla vrátit domů. Následující graf je zjednodušeným záznamem rychlosti auta při projížd'ce.



Obrázek 37: Spojnicový graf

Zdroj: (Tomášek, Frýzek, 2013, s. 34)

Otázka č. 1

Jaké maximální rychlosti dosáhlo auto za této jízdy?

Maximální rychlost: km/h

Úloha testovala schopnost žáků číst data z grafu.

Správná odpověď: 60 km/h

Odpověď	60 km/h	Jiná rychlost	Nezodpovězeno
Četnost (%)	95,74	1,34	2,43

Autoři pravděpodobně volili tuto otázku jako tzv. záchytnou. Pouze necelých 5 % českých žáků buď neodpovědělo (předpokládám, že z nedostatku času) nebo odpovědělo špatně.

Otázka č. 2

Kolik bylo hodin, když Katka šlápla na brzdu, aby se vyhnula kočce?

Odpověď:

Při řešení úlohy žáci měli prokázat schopnost interpretovat graf a identifikovat reálnou situaci z průběhu grafu.

Správná odpověď: 9:06

Odpověď	9:06	Jiný čas	Nezodpovězeno
Četnost (%)	76,74	21,09	2,17

Z četností odpovědí je patrné, že naprostá většina žáků zvolila nějakou odpověď. Přestože tedy tato otázka žáky neodradila od řešení, více než 20 % žáků odpovědělo špatně. Jelikož nebylo zveřejněno rozdělení špatných odpovědí, nelze určit, co vedlo žáky k volbě nesprávného času.

Otázka č. 3

Byla Katčina zpáteční cesta kratší než vzdálenost, kterou ujela z domova k místu, kde se odehrála příhoda s kočkou? Vysvětli svou odpověď pomocí údajů uvedených v grafu.

V úloze měli žáci porovnat délku dvou úseků cesty na základě údajů o rychlosti a času jízdy uvedených v grafu. Při jejím řešení využívali znalosti vztahu (závislosti) mezi veličinami dráha, rychlost a čas pohybu. Vzhledem k tomu, že graf zobrazuje okamžitou rychlost, nešlo délku jednotlivých úseků vyčíslit, úloha se musela řešit úvahou na základě porovnání okamžitých rychlostí a času pohybu v jednotlivých úsecích cesty.

Správná odpověď: Cesta domů byla kratší, s náležitým vysvětlením. Vysvětlení spočívá např. v nižší průměrné rychlosti a zároveň v (přibližně) stejné době návratu nebo v podobné argumentaci. Za správnou odpověď lze považovat i odkaz na menší obsah útvaru pod grafem u zpáteční cesty.

Odpověď	Správná	Špatná	Nezodpovězeno
Četnost (%)	61,89	21,10	17,01

Dle mého názoru je to nepoměrně obtížnější otázka oproti předchozím dvěma, přesto s velmi dobrým výsledkem. Žákům již nestačilo pouhé čtení hodnot v grafu (dráha není v grafu vůbec zobrazena), ale museli použít i znalosti z fyziky, případně z vyšší matematiky. Otázka je tedy koncipována mnohem komplexněji. Překvapivě málo žáků na otázku vůbec neodpovídalo. Bohužel z výsledků není jasné, zda byla za správnou odpověď považována i korektní odpověď bez náležitého vysvětlení, resp. jak moc tolerantní byli hodnotitelé při posuzování tohoto vysvětlení.

Úloha USB Flash disk⁴ (Tomášek, Frýzek, 2012, s. 38)

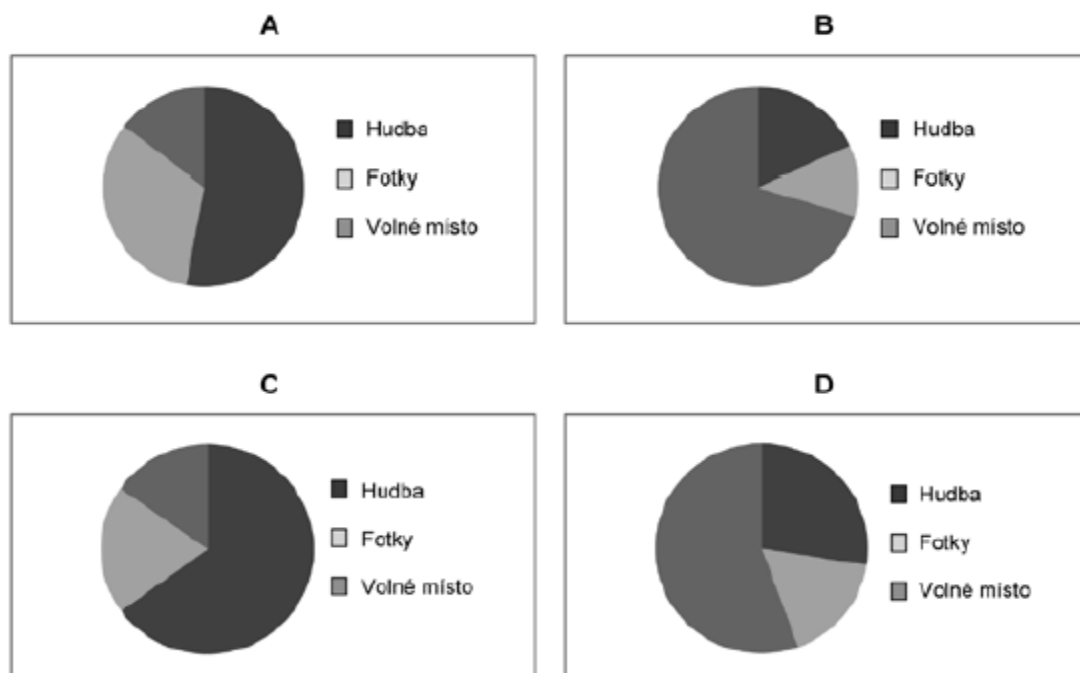
Otázka č. 2

Během následujících týdnů Ivan několik fotek a písniček smazal, ale také si na flash disk uložil nové soubory s hudbou a s fotkami. V tabulce vidíš, jak je flash disk využit nyní.

Hudba	550 MB
Fotky	338 MB
Volné místo	112 MB

⁴ Otázka č. 1 je záměrně vynechaná, netýká se práce s grafem. Zadání tudíž nedává úplný smysl, pro porozumění otázce to však není důležité. Plné znění úlohy lze najít v (Tomášek, 2013, s. 38).

Od bratra dostal nový zcela prázdný flash disk o kapacitě 2 GB (2000 MB). Obsah starého disku přesunul Ivan na nový. Který z diagramů znázorňuje, jak je využito místo na novém flash disku? Zakroužkuj A, B, C nebo D.



Obrázek 38: Koláčové grafy

Zdroj: (Tomášek, Frýzek, 2013, s. 39)

V úloze měli žáci identifikovat koláčový graf, který znázorňoval údaje obsažené v tabulce a textu úlohy. Odpovídající graf musel splňovat dvě kritéria: přibližně (resp. více než) polovina disku je volná (1 112 MB z 2 000 MB) a přibližně (resp. více než) čtvrtina disku zabírá hudba (550 MB z 2 000 MB).

Správná odpověď: D

Odpověď	A	B	C	D
Četnost ⁵ (%)	25,66	9,55	8,88	45,65

Více než čtvrtina žáků zvolila odpověď A. Pravděpodobně vycházeli z tabulky, kde bylo uvedeno rozložení dat na původním flash disku, tj. hudby 550 MB a volného místa a fotek dohromady 450 MB.

⁵ Protože tato úloha nebyla zadána v hlavním šetření, uváděné úspěšnosti nejsou reprezentativní za celou populaci patnáctiletých žáků, pouze vyjadřují úspěšnost žáků, kteří se zúčastnili pilotního šetření.

6.3 Shrnutí

Úlohy, které v této práci zmiňuji, neobsahují žádná zavádějící sdělení. Mají vždy jednoznačné zadání a otázky pro žáky jsou formulovány jasně a přehledně.

Pokud jsou úlohy zaměřené pouze na čtení hodnot z grafu, čeští žáci nemají problém takovou úlohu vyřešit. Potíže nastávají, pokud žáci mají do úlohy vnést vlastní invenci, tj. tvořit grafy nebo jejich části. V tu chvíli poměrně velká část žáků úlohu vynechá a vůbec se nepustí do jejího řešení. Dle mého názoru je to dáno tím, že žáci nejsou v českých školách dostatečně vedeni k aplikaci nabitých teoretických znalostí. K tomuto závěru mě vede i analýza učebnic matematiky zpracovaná v kapitole 7. Převážná většina úloh věnujících se tématu grafy je v těchto učebnicích zaměřená na četbu hodnot grafů a ne na jejich tvorbu či analytickou práci s nimi.

Čeští žáci mají potíže také při řešení úloh, které jsou zadané nestandardním způsobem, například v kombinaci s průvodním textem nebo tabulkou. Naopak bych vyzdvihl, že pokud se žáci přes počáteční zaskočení zadáním pustí do řešení úlohy, řeší ji převážně správně nebo aspoň částečně správně. Usuzuji, že nejprve přemýšlí nad tím, jak by danou úlohu řešili, a když zvládnou vymyslet postup, dovedou ho následně i aplikovat. Pokud však postup nevymyslí, úlohu nezačnou vůbec řešit, například pomocí metody „pokus omyl“, která by jim pomohla srovnat si myšlenky a přivést je na správnou cestu k řešení.

7 Analýza učebnic

Již na prvním stupni ZŠ se od žáků očekává schopnost orientovat se v jednoduchých grafech. Na druhém stupni je tato znalost prohlubována. Žáci by již měli být schopni samostatně analyzovat a vytvářet různé typy grafů. Na střední škole dochází k rozšíření učiva především o statistické metody a hloubkovou analýzu dat.

Jak přesně je výuka grafů zakotvena na školách lze zjistit z Rámcového vzdělávacího programu (RVP) vydaného ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy. Dle RVP se žáci s grafy poprvé setkávají již na prvním stupni ZŠ. V práci se však zaměřuji především na druhý stupeň ZŠ a SŠ, kdy jsou žáci již schopni chápat předložené grafy v širších souvislostech a s větším přesahem do reálného života. Na třetím stupni vzdělávání se RVP liší podle jednotlivých oborů studia. Jelikož jsem svůj výzkum zaměřil na žáky gymnázia a středního odborného učiliště, uvádím níže maturitní programy, podle kterých se žáci v mém šetření vzdělávají, tj. RVP pro víceletá gymnázia a RVP pro maturitní obor SOU Mechanik elektrotechnik. Součástí šetření jsou i žáci nematuritních oborů SOU, konkrétně Mechanik opravář motorových vozidel a Truhlář. Níže však uvádím pouze RVP oboru Mechanik opravář motorových vozidel, protože v oblasti matematického vzdělávání jsou oba programy totožné.

Rámcové vzdělávací programy jsou dostupné online na internetových stránkách ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy (Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, ©2013–2016).

RVP pro 2. stupeň ZŠ

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Očekávané výstupy

žák

- vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data
- porovnává soubory dat
- určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti
- vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem
- matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů

učivo

- **závislosti a data** – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky; četnost znaku, aritmetický průměr

RVP pro víceletá gymnázia

PRÁCE S DATY, KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST

Očekávané výstupy

žák

- diskutuje a kriticky zhodnotí statistické informace a daná statistická sdělení
- volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat (využívá výpočetní techniku)
- reprezentuje graficky soubory dat, čte a interpretuje tabulky, diagramy a grafy, rozlišuje rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám

učivo

- **práce s daty** – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky (vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka, mezikvartilová odchylka)

RVP pro maturitní obor SOU Mechanik elektrotechnik

PRÁCE S DATY, KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST

Očekávané výstupy

žák

- užívá pojmy: statistický soubor, absolutní a relativní četnost, variační rozpětí
- čte, vyhodnotí a sestaví tabulky, diagramy a grafy se statistickými údaji

učivo

- základy statistiky

RVP pro učební obor SOU Mechanik opravář motorových vozidel

PRÁCE S DATY

Očekávané výstupy

žák

- vyhledává, vyhodnocuje a zpracuje data
- porovnává soubory dat
- interpretuje údaje vyjádřené v diagramech, grafech a tabulkách
- určí četnost znaku a aritmetický průměr

V souladu s RVP jsou tvořené i učebnice. V nich jsem se zaměřil na výklad látky, ve které jsou žáci konfrontováni s grafy. Na základě pojetí pojmu *graf* zcela záměrně opomím grafy funkcí. Zkoumám, jak autoři učebnic reflektují Rámcový vzdělávací program, jaký rozsah věnují výkladu a následnému procvičování daného tématu a jaký je charakter výkladu. Analyzuji učebnice napříč ročníky a typy škol od 6. třídy ZŠ až po učebnice určené pro gymnázia a SOU.

Ve výběru učebnic hrálo roli více faktorů. Tím nejdůležitějším bylo, zda jsou učebnice aktivně využívány při výuce matematiky. Informace jsem získal od kolegů vyučujících na různých ZŠ a gymnáziích. Z tohoto hlediska jsou na ZŠ nejčastěji používané učebnice od autorů Odvárko a Kadleček (Prometheus), následované učebnicemi matematiky z nakladatelství Fraus (Fuchs a kol.). Na gymnáziích využívají učitelé nejvíce řadu učebnic od J. Hermana a kol. (Prometheus) a E. Caldý (Prometheus). Dalším faktorem při výběru učebnic byla kvalita zpracování a charakter výkladu. Některé učebnice, např. (Rosecká, 2010), u kterých se mi nepodařilo dohledat aktivní používání ve výuce, jsem hodnotil mnohem pozitivněji než výše zmíněné. Lze v nich totiž najít zajímavé příklady, myšlenky a v některých případech i více úloh k procvičování. Jak následná analýza ukázala, úloh k procvičování je v učebnicích všeobecně málo a učitelé jsou tak nuceni tvořit vlastní úlohy, případně vyhledávat v jiných zdrojích.

Analyzované učebnice:

- BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-654-3
- BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0
- BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 9: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-689-5
- ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-167-1
- ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-282-1
- NOVOTNÁ, Jarmila, Václav SÝKORA a Marie KUBÍNOVÁ. *Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Scientia, pedagogické nakladatelství, 1998. ISBN 80-7183-148-4
- MOLNÁR, Josef. *Matematika 8: učebnice s komentářem pro učitele*. Olomouc: Prodos, 2000. ISBN 80-7230-061-X
- ROSECKÁ, Zdena. *Algebra: učebnice pro 8. ročník*. Brno: Nová škola, 2010. ISBN 80-85607-92-1
- ŠAROUNOVÁ, Alena. *Matematika 8*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-127-2
- HERMAN, Jiří. *Matematika: racionální čísla, procenta*. 2. vyd. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-238-0
- HERMAN, Jiří. *Matematika: úměrnosti: tercie*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1997. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-056-0
- HERMAN, Jiří. *Matematika: funkce*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-182-5
- CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. upr. vyd. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-147-7

➤ CALDA, Emil. *Matematika pro tříleté učební obory SOU*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-295-3

Výše uvádím seznam učebnic, ze kterých jsem čerpal. Nyní je podrobněji popíši a porovnám mezi sebou. Posuzovanými kritérii jsou:

- rozsah učiva o grafech (počet stran)
- typy použitých grafů
- diskuze (ne)vhodnosti užití jednotlivých typů grafů
- přístup k práci s grafy (čtení/vytváření)
- počet úloh na procvičování

Ve všech uvedených učebnicích jsem se setkal s využitím grafů. V některých učebnicích sloužily pouze jako zobrazovací nástroje v rámci tématu, který přímo nesouvisí s grafy (Herman, 2004, s. 105, 107), (Odvárko a kol., 2000, s. 5, 12), (Binterová a kol., 2009, s. 39-40). V ostatních učebnicích jsou grafy přímo součástí výkladu a procvičování látky, ať už v samostatných kapitolách, např. (Herman, 2000), (Odvárko a kol., 1999) atd., nebo jako součást bloku věnovaného především statistice (Novotná a kol., 1998).

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2007, Fraus)

Učebnice od Binterové a kol. se od ostatních na první pohled liší v tom, že téma „Diagramy“ zabývající se přímo grafy se zde objevuje již v šestém ročníku. Všichni ostatní autoři zařazují tuto látku později, na ZŠ až do osmého ročníku. Jako motivační v učebnici slouží úlohy využívající čtvercovou síť. Látka je rozdělena přehledně do dvou podkapitol, v první je vyžadována schopnost číst graf a ve druhé grafy sestavovat. Pro čtení autoři využívají především sloupcové, pruhové a spojnicové grafy. Při jejich sestavování dávají do značné míry žákům volnost. Ve většině úloh totiž není specifikované, jaký typ grafu mají žáci použít. Rozsahem úloh k procvičování patří tato učebnice v daném tématu mezi nejrozsáhlejší.

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2009, Fraus)

Tato učebnice fakticky neobsahuje ucelený výklad grafů, protože ten autoři zařadili již do 6. ročníku. Z toho důvodu uvádím v tabulce rozsah učiva nula stran. Nalezneme zde

však úlohy, které efektivně grafy využívají, a to jak v kapitole „Mocniny a odmocniny“ (jediné užití v tomto tématu napříč analyzovanými učebnicemi), tak samozřejmě v tématu věnovaném statistice. Je však nutno podotknout, že v úlohách, kde mají žáci za úkol číst grafy, mají zároveň k dispozici i tabulku, což jejich práci značně zlehčuje. V porovnání s předchozí učebnicí z této řady jsou zde v úlohách již specifikované typy grafů, které po žácích vyžadují autoři vytvořit.

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2010, Fraus)

V této učebnici nenajdeme klasickou kapitolu věnující se zavedení statistiky nebo diagramů. Autoři zde v kapitole „Matematika pro život“ ukazují, jak lze pomocí matematiky manipulovat s názory lidí. Předkládají možnosti, jak lze pomocí vhodně zvolených parametrů zkreslit grafy, ať volbou nevhodného typu nebo například změnou měřítka jedné z os (obr. 39).

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK (1999, Prometheus)

V této učebnici je obsažena přímo kapitola „Diagramy“. Je zpracována formou úloh, kterých nalezneme třináct, jsou však členěny do mnoha podotázek. Jedná se tím o nejrozsáhlejší sbírku úloh věnujících se grafům napříč zkoumanými učebnicemi. Bohužel autoři se věnují výhradně sloupcovým a koláčovým grafům. Jedinou výjimkou je úloha obsahující graf typu „strom života“. Tento graf se nevyskytl v žádné jiné zkoumané učebnici. Učebnice zcela postrádá teoretický úvod, jakýkoliv výklad teorie nebo diskuzi o vhodnosti užití jednotlivých typů grafů.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK (2000, Prometheus)

Zde graf slouží pouze k zobrazení BMI (body mass index). Konkrétně zobrazuje oblasti, na které se člení BMI. Nejedná se přímo o graf funkce, přestože lze v něm najít vztah výšky a hmotnosti. Tyto veličiny totiž na sobě nejsou funkčně závislé a spojuje je právě pouze BMI, který je vyobrazený jako plošný graf.

NOVOTNÁ, Jarmila, Václav SÝKORA a Marie KUBÍNOVÁ (1998, Scientia)

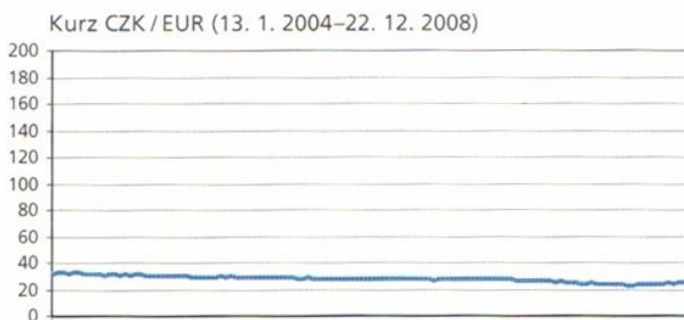
V kapitole „Funkce, to jsou závislosti“ využívají autoři ve dvou úlohách prezentaci pomocí sloupcových grafů. Samotný výklad grafů nalezneme později v kapitole „Zpracováváme data“. Autoři v úlohách žáky vyzývají k tvorbě konkrétních typů grafů, nenechávají volbu na nich jako v učebnici (Binterová a kol., 2007). Důraz je kladen

především na tvorbu, čtení grafů je zde redukováno na jednu úlohu, pomineme-li dvě výše zmíněné úlohy. Spíše než na tvorbu grafů jsou úlohy orientované na tvorbu tabulek.

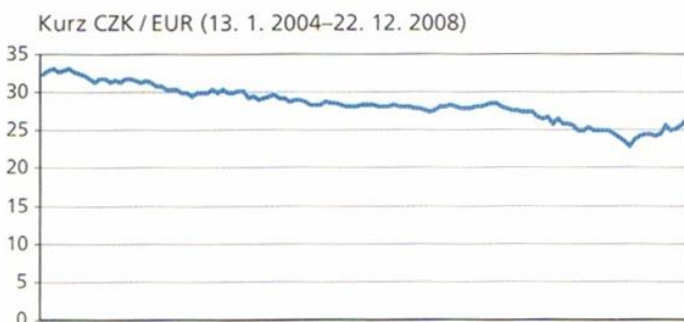
Vývoj kurzu

Volba měřítka na osách grafu může významným způsobem graf zkreslit. Ukažme si to na příkladu kurzovního lístku ČNB a kurzu CZK/EUR.

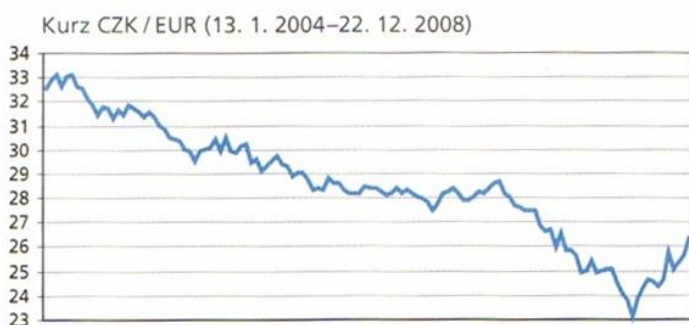
Z tohoto obrázku je patrné jen to, že kurz koruny se pohybuje kolem 30 Kč za euro (měřítko je příliš hrubé).



Z tohoto obrázku můžeme vysledovat dlouhodobější vývoj kurzu, kde se projevuje klesající hodnota eura (vzhledem k Kč).



Zde vidíme, že přes klesající trend jsou patrné i „turbulence“ kurzu a jistý zlom na konci roku 2008 (nástup celosvětové hospodářské recese).

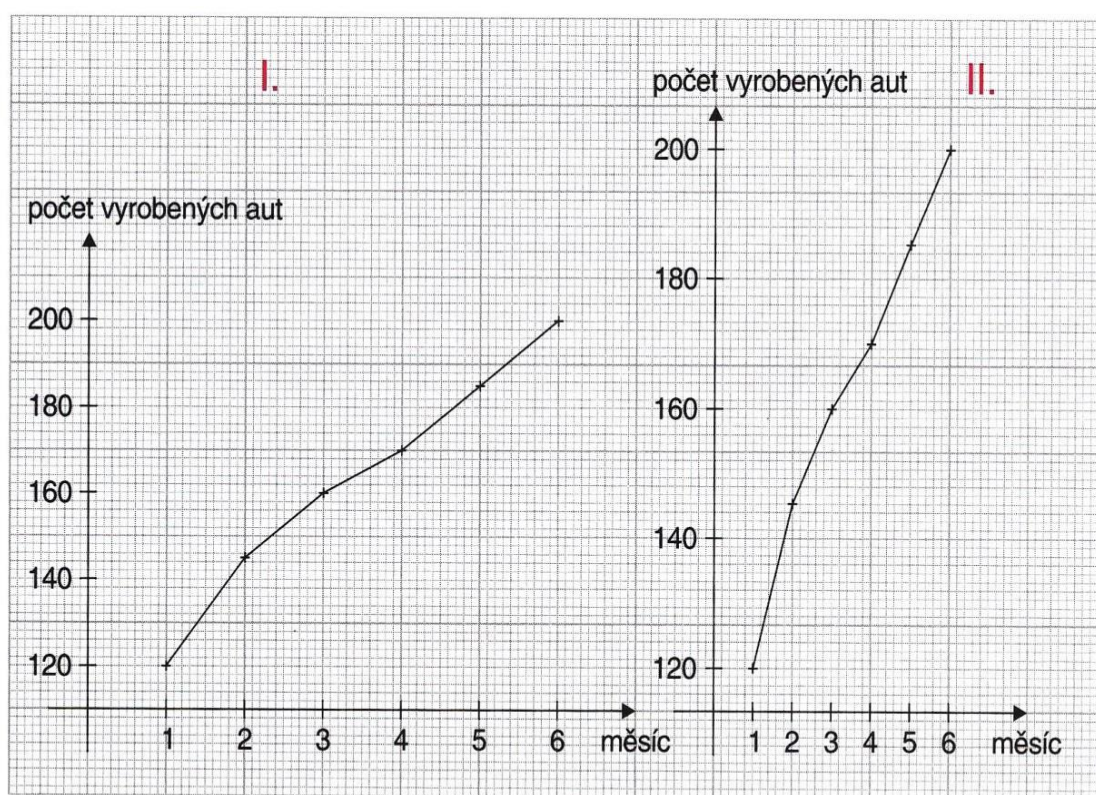


Obrázek 39: Změna měřítka vertikální osy

Zdroj: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2010, s. 103)

MOLNÁR, Josef (2000, Prodos)

Kapitola „Diagramy“ je v této učebnici zpracovaná trochu jinak než ve všech předchozích zkoumaných učebnicích. Hned v první úloze musí žáci znázornit stejný statistický soubor pomocí bodového, spojnicového a sloupcového grafu, což je od začátku nutí uvažovat nad vhodnou interpretací dat. Dále se zde vyskytují úlohy vyžadující přechody mezi jednotlivými typy grafů. Konkrétně mají žáci za úkol vyčíst určité hodnoty ze sloupcového grafu a vytvořit z nich odpovídající koláčový graf. Kapitola obsahuje úlohu, která upozorňuje na možnost vědomého zneužití statistiky (obr. 40).



Oba grafy znázorňují stejné údaje, ale zúžením intervalů na ose měsíců a prodloužením intervalů na ose počtu výrobků získáme dojem, že růst výroby je v podniku II. větší než v podniku I.

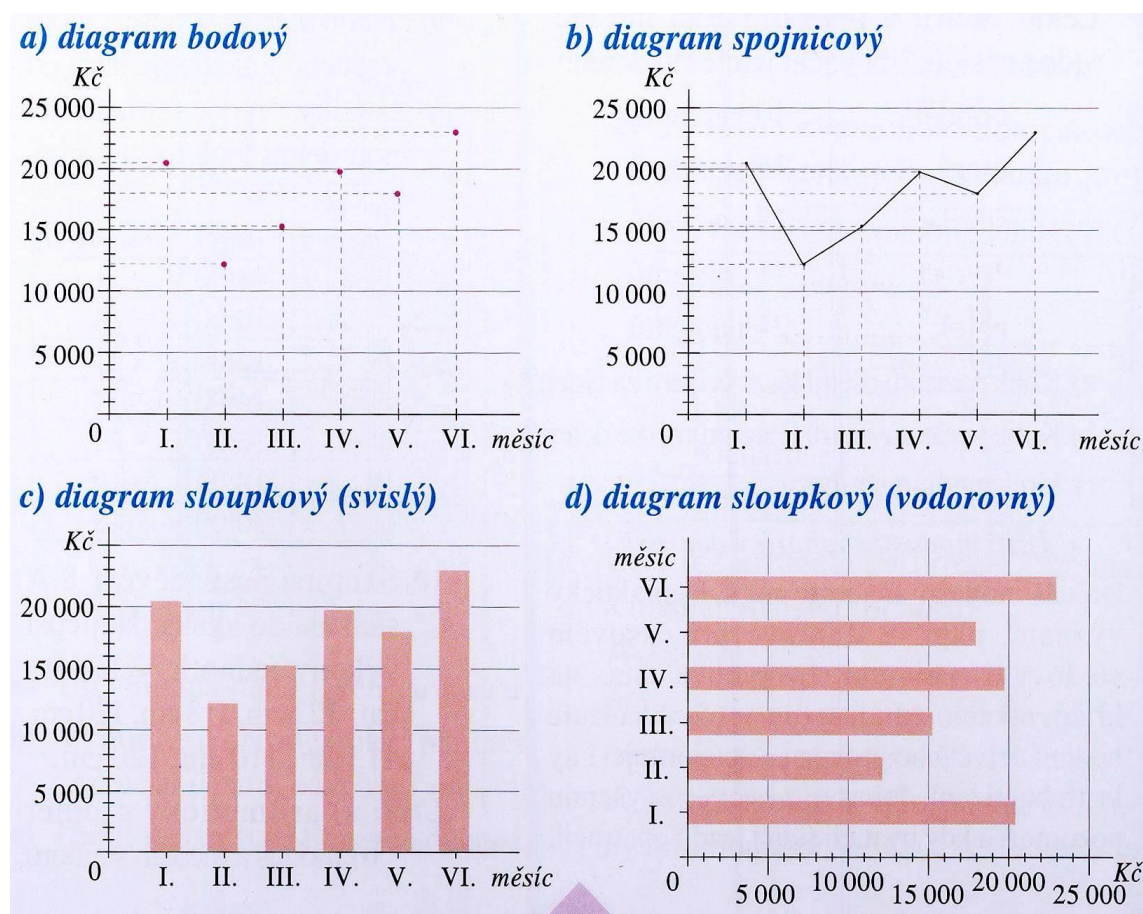
<i>měsíc</i>	1	2	3	4	5	6
<i>počet vyrobených aut</i>	120	145	160	170	185	200

Obrázek 40: Zneužití statistiky

Zdroj: (Molnár, 2000, s. 135)

ROSECKÁ, Zdena (2010, Nová škola)

Dle mého názoru je to jedna z nejlépe zpracovaných učebnic. I přes průměrný rozsah kapitoly (6 stran) věnovaný samotnému tématu se autorce podařilo postihnout široké spektrum typů grafů, a to díky tomu, že grafy zařadila i do úloh mimo tuto kapitolu. Autorka mimo jiné předkládá příklad, kde jeden statistický soubor dat zobrazuje pomocí čtyř různých typů grafů – bodového, spojnicového, sloupcového a pruhového (obr. 41). Otevírá tím přímo diskuzi nad vhodností použití jednotlivých typů grafů.



Obrázek 41: Různé typy grafů zobrazující stejná data

Zdroj: (Rosecká, 2010, s. 106)

V dalších úlohách autorka hojně využívá různá zobrazení grafů, nedrží se pouze standardních sloupcových a koláčových jako většina ostatních autorů. Dále bych rád zmínil úlohu, kde jsou z grafů odstraněny číselné hodnoty a žáci jsou vyzváni, aby uvažovali nad tím, o čem by následující grafy mohly vypovídat (obr. 42).



Obrázek 42: Úloha s odstraněnými číselnými hodnotami

Zdroj: (Rosecká, 2010, s. 108)

ŠAROUNOVÁ, Alena (1999, Prometheus)

Podobně jako v předchozí učebnici autorka v úvodu kapitoly hovoří o potřebě užití grafů, připojuje jejich přednosti (názornost, přehlednost), ale i nevýhody (menší přesnost). Pokračuje výčtem grafů (bodové, spojnicové, sloupcové a kruhové) a jejich popisem. Bodovému a spojnicovému grafu se však věnuje pouze okrajově, drtivá většina úloh je vystavěna na využití sloupcového nebo koláčového grafu, ať už ve formě čtení nebo konstrukce. Pro volnost zadání kladně hodnotím zařazení úlohy 8 na s. 113:

„Zjistěte v libovolném souboru četnosti hodnot zvoleného statistického znaku. Zjištěné údaje znázorněte vhodným diagramem.“

Tato úloha žáky nabádá k samostatné tvůrčí práci, kdy úlohu staví sami žáci, což je v souboru zkoumaných učebnic ojedinělý jev. Žákům jsou v drtivé většině předkládány hotové připravené úlohy a je vyžadováno pouze jejich řešení.

HERMAN, Jiří (2004, Prometheus)

Zde grafy slouží pouze jako zobrazovací nástroj k výkladu učiva o procentech. Konkrétně zde lze nalézt soubor koláčových grafů a příklad využívající sloupcový graf.

HERMAN, Jiří (1997, Prometheus)

Kapitola „Diagramy“ začíná vysvětlením, co si představit pod pojmem *diagram*. Diagram je obrázek, na kterém jsou graficky porovnávány různé údaje (Herman, 1997, s. 73). V podstatě se tedy shoduje s mým pojetím grafu (diagramu), kdy pojmem *graf* (resp. grafické zobrazení) rozumím především obrazové znázornění datového souboru.

Následuje zjednodušené členění podle způsobu znázorňování na sloupcové a kruhové grafy. Žádné další typy neberou autoři v potaz. V úlohách na čtení výrazně

převažují sloupcové grafy, koláčový graf nalezneme pouze u dvou úloh. Autoři se obsáhle věnují tomu, jak dané typy grafů technicky vytvořit, zcela však opomíjejí jejich vhodnost užití pro různé soubory dat. Upozorňují však na riziko zkreslení vnímání výsledků v koláčových grafech při jejich prostorovém zobrazení:

V novinách jsou však kruhové diagramy provedeny poněkud odlišně. Místo kruhů se kreslí „koláče“, tj. válce s „malou“ výškou. Podstava válce se zobrazí jako elipsa a středové úhly výsečí se poněkud zkreslí. (Herman, 1997, s. 76)

HERMAN, Jiří (2000, Prometheus)

Učebnice plynule navazuje na (Herman, 1997). Nejdříve jsou zopakovány sloupcové a koláčové grafy, rozšiřující látku tvoří spojnicové grafy. Struktura výkladu je zachována. Oproti předchozímu dílu učebnice zde nalezneme podrobnější vysvětlení, proč je výhodnější použít v konkrétních případech spojnicový graf spíše než sloupcový nebo koláčový.

CALDA, Emil a Václav DUPAČ (1999, Prometheus)

Autoři této učebnice pro gymnázia se věnují tématu grafů pouze okrajově. Konkrétně v ní nalezneme pouze jednu ukázkou sloupcového, koláčového a spojitého grafu. Stejně tak je zde uvedena jediná úloha na vytvoření kruhového diagramu.

CALDA, Emil (2004, Prometheus)

Na rozdíl od předchozí učebnice je v této učebnici pro učební obory SOU zpracovaná látka týkající se grafů mnohem obsáhleji. Připisuji to většímu zaměření směrem k následné praxi. Můžeme se zde setkat se třemi základními typy grafů: sloupcovými, koláčovými a spojnicovými. U každého typu je vysvětleno, jak se graf konstruuje, u koláčového grafu je uveden i vzorec pro výpočet jednotlivých dílů grafu. Vzhledem k vyššímu věku žáků bych očekával nabádání k širší diskuzi nad vhodností použití jednotlivých typů grafů. Autoři to však bohužel zcela opominuli a v úlohách k procvičování rovnou žákům zadávají konkrétní typy grafů, které mají v řešení použít.

Pro větší přehlednost jsem výše uvedenou analýzu zpracoval do tabulky 1.

Tabulka 1: Porovnání učebnic podle jednotlivých kritérií

Učebnice	Počet stran	Typy grafů	(Ne)vhodnost užití	Práce s grafy	Počet úloh
BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2007, Fraus)	12	sloupcový, pruhový, bodový, spojnicový, kombinovaný	ne	čtení, tvorba	23
BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2009, Fraus)	0	sloupcový, spojnicový, plošný	ne	čtení, tvorba	5
BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ (2010, Fraus)	4	sloupcový, spojnicový, plošný	ano	čtení	4
ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK (1999, Prometheus)	5	sloupcový, koláčový	ne	čtení, tvorba	18
ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK (2000, Prometheus)	0	plošný	ne	čtení	1
NOVOTNÁ, Jarmila, Václav SÝKORA a Marie KUBÍNOVÁ (1998, Scientia)	6	sloupcový, spojnicový, koláčový	ano	čtení, tvorba	5
MOLNÁR, Josef (2000, Prodos)	7	sloupcový, pruhový, bodový, spojnicový, koláčový, kombinovaný	ano	čtení, tvorba	12
ROSECKÁ, Zdena (2010, Nová škola)	6	sloupcový, pruhový, bodový, spojnicový, kombinovaný	ano	čtení, tvorba	12
ŠAROUNOVÁ, Alena (1999, Prometheus)	9	sloupcový, pruhový, bodový, spojnicový	ano	čtení, tvorba	11
HERMAN, Jiří (2004, Prometheus)	0	koláčový, sloupcový	ne	čtení	1

HERMAN, Jiří (1997, Prometheus)	5	sloupcový, koláčový	ne	čtení, tvorba	8
HERMAN, Jiří (2000, Prometheus)	7	sloupcový, spojnicový, koláčový, kombinovaný	ano	čtení, tvorba	13
CALDA, Emil a Václav DUPAČ (1999, Prometheus)	3	sloupcový, koláčový, spojnicový	ne	čtení, tvorba	8
CALDA, Emil (2004, Prometheus)	7	sloupcový, koláčový, spojnicový	ne	čtení, tvorba	8

8 Dotazníkové šetření

Součástí mé diplomové práce je i dotazníkové šetření. Cílem tohoto šetření je otestovat schopnost žáků správně, ale i kriticky interpretovat předložené grafy.

Šetření jsem realizoval s žáky maturitních ročníků Gymnázia Elišky Krásnohorské v Ohradní ulici, konkrétně s žáky čtvrtého a osmého ročníku, dále pak s žáky maturitních a absolventských ročníků Středního odborného učiliště Ohradní. Zde šlo o žáky čtvrtého ročníku maturitního oboru a dvou tříd třetího ročníku učebního oboru. Tyto dvě školy jsem si vybral jednak pro jejich znalost (na gymnázium jsem plnil odbornou praxi, na učilišti jsem tři roky vyučoval), jednak pro jejich blízkou vzájemnou polohu a provázanost. Obě školy sídlí na Praze 4 a přímo spolu sousedí. Žáci gymnázia využívají přilehlou tělocvičnu SOU, naopak žáci z učiliště chodí do gymnazijní jídelny na obědy, dochází tak k přímému kontaktu mezi žáky. Pracoval jsem tedy se vzorkem žáků koncentrovaných na relativně malém území, díky čemuž mohu zanedbat vlivy případného rozdílného lokálního prostředí.

8.1 Příprava a pilotáž dotazníku

Při konstrukci dotazníku (Příloha 1) jsem vycházel ze skutečných dat uveřejněných Českým statistickým úřadem (pouze úloha *Volební průzkum* obsahuje smyšlené hodnoty). Dotazník jsem vytvořil v takovém rozsahu, aby ho byli žáci schopni zpracovat během 15 minut, aniž by pociťovali časovou tíseň. Vycházel jsem z předpokladu, že pokud narazí na graf v médiích, ať už televizních nebo tištěných, nebudou mít chuť ani čas věnovat mu více než pár minut a během té doby by měli být schopni rozklíčovat vše podstatné, co se v grafu nachází a co je naopak před nimi záměrně skryto. Vybral jsem tři nosná témata: hrubou mzdu, volební průzkum a inflaci.

Dotazník prošel dvoukolovým pilotním testováním. Nejdříve jsem ho předložil mým spolužákům z vysoké školy, konkrétně dvěma studentům třetího ročníku bakalářského studia učitelství matematiky a čtyřem studentům druhého ročníku navazujícího magisterského studia učitelství matematiky. Po širší diskuzi jsem ze třetí úlohy odstranil otázku „Křivka grafu musí být spojitá. ANO / NE“. Termín *spojitost grafu* je totiž striktně matematicky zavedený jinak, než jsem ve své otázce zamýšlel já, a ohlo by tak dojít ke špatnému pochopení otázky. Dále jsme vedli obsáhlejší debatu

nad tím, zda nedat žákům učebních oborů více času na řešení dotazníku. Došli jsme k závěru, že nikoliv, protože dotazník má simulovat úlohy z reálného života a nikdo nebude brát zřetel na to, jakého vzdělání daný člověk dosáhl. Další námitky k dotazníku spolužáci nevznikli.

Druhá fáze pilotáže proběhla se šesti náhodně vybranými žáky maturitních ročníků gymnázia Elišky Krásnohorské. Samotné testování proběhlo těsně po ukončení běžné denní výuky. Tito žáci následně nebyli zařazeni do šetření.

Dva žáci se během vyplňování dotazníku ptali v souvislosti s otázkou k paprskovému grafu „Křivka inflace se může na grafu překřížit. ANO / NE“, jestli se zde počítá i s deflací či ne. Dostali možnost doplnit své rozhodnutí o slovní komentář. Nezpracoval jsem však tuto možnost přímo do dotazníku, protože předložené údaje deflaci neobsahují a jde pouze o zobecňující úvahu. Tato otázka se několikrát objevila u žáků gymnázia i během samotného dotazníkového šetření, žáci se spokojili s možností doplnění o slovní komentář. Na SOU nikdo tento dotaz nepoložil.

Během pilotáže jsem také s žáky po vyplnění dotazníku probíral formou hromadné diskuze jednoznačnost, resp. přesnost formulace zadání a následných úkolů. Žáci nenašli mimo výše zmíněného žádné nesrovnalosti a úlohy pokládali za dobře formulované, přestože např. v druhé úloze jsem v zadání záměrně vynechal přesné hodnoty v koláčovém grafu.

Jak tedy jednotlivé úlohy vznikly a co dál vyplynulo z jejich pilotáže? V úloze „Hrubá měsíční mzda“ žáci dostali předložené pouze grafy nesoucí úplnou informaci. První dva úkoly slouží k tomu, aby žáci prokázali základní znalosti v orientaci v grafu (viz Příloha 1). Pomocí třetího přímo zkoumám odolnost žáků vůči cílené manipulaci jejich vnímání pomocí úpravy jednoho z grafů. Ačkoliv jde o uzavřenou otázku, vyžadují slovní komentář, abych eliminoval možnost, že žák odpověď pouze tipoval. Zároveň jsem předpokládal, že součástí tohoto komentáře bude i případné kritické zhodnocení zadání, kdy z grafů záměrně nelze zcela přesně vyčíst konkrétní hodnoty kvůli hrubému škálování měřítka na ose y. To se při pilotování potvrdilo a opravdu jsem zaznamenal odpověď, že lze těžko rozhodnout. Přesto žák nezaškrtnl možnost „nevím“, pouze připojil své hodnocení a přiklonil se k podle něj nejpravděpodobnější odpovědi.

Úloha „Volební průzkum“ je pravým opakem předchozí. Nosné a důležité informace jsou zařazené v obsáhlém textu uvádějícím tuto úlohu. Textová část je rozsahem i obsahem volně inspirovaná textem zveřejněným k volebnímu průzkumu na serveru iDnes.cz. Mojí snahou bylo vytvořit co nejreálněji vypadající úlohu. Zatímco v textu bylo obsaženo plno konkrétních hodnot a údajů, grafy byly cíleně ochuzeny o číselné hodnoty. Pomocí dvou otázek bylo mým cílem zjistit, zda žáci odpovídali na základě předloženého textu nebo se snažili nalézt správnou odpověď pomocí na první pohled zřetelnějších grafů. Přestože jsou grafy vytvořeny ve shodě s předloženým textem, záměrně nemají ve vztahu k předloženým otázkám žádnou vypovídající hodnotu. Grafy jsou zcela identické, pouze jsem využil optického efektu k navození dojmu, že se volební preference v průběhu půl roku změnily. Pilotování potvrdilo můj předpoklad, že výsledky se budou lišit přesně podle toho, zda řešitel využil ve své odpovědi grafy nebo text.

V poslední úloze „Inflace“ bylo mým cílem zjistit, zda jsou žáci schopni srovnávat data předložená v různých podobách. Vytvořil jsem tři grafy, dva z nich jsou často využívané v učebnicích a médiích, konkrétně spojnicový a sloupcový, dle mé terminologie pruhový. Třetí graf je velmi nestandardní. Využil jsem paprskový graf. V pruhovém grafu jsem při jeho vytváření udělal oproti ostatním dvě změny, konkrétně jsem posunul o rok jedno lokální inflační maximum (2012 → 2011) a změnil průběh inflace v posledním měřeném roce z klesající na rostoucí. První otázkou jsem následně zkoumal, zda jsou žáci schopni tyto změny odhalit. Opět jsem vyžadoval komentář jejich rozhodnutí, abych vyloučil tip a především abych zjistil, jakou metodou srovnávání prováděli. Pilotáž ukázala, že hned několik řešitelů srovnalo pouze několik vybraných hodnot, typicky maxima a několik prvních hodnot a na základě toho vytvořili (chybný) závěr. Ve druhém úkolu si kladu za cíl zjistit, jestli se žáci dostatečně orientují nejen v odčítání hodnot na grafu, ale zda jsou schopni posoudit i jeho průběh. Úloha je volena záměrně jako snazší pro navození pocitu úspěchu. Úkol je zároveň předzvěstí a vodítkem pro závěrečný čtvrtý úkol, ve kterém mají žáci na základě otevřené otázky popsat, jak vnímají spojnicový graf. Záměrně jsem zvolil slovní spojení „jak vnímáš průběh“ a ne rovnou „popiš průběh“, abych direktivně nepřikazoval popis průběhu grafu, pro žáky známý jako popis průběhu funkce. Pilotování ukázalo, že se můj záměr setkal s pochopením a odpovědi nebyly pouze prostým popisem průběhu funkce, ale vyskytly se i formulace „průběh je dynamický“ nebo „po krizi, kdy inflace vzrostla,

se situace uklidnila a rychle se inflace vrátila na malé hodnoty“. Abych narušil kontinuitu žákova myšlení a pokusil se simulovat přirozené distraktory, např. vliv vnějšího okolí, zařadil jsem mezi otázky věnující se spojnicovému grafu úkol, v němž musí žák pracovat s pro něj neobvyklým paprskovým grafem. Nejde mi zde o konkrétní hodnoty, ale o celkové žákovo pochopení způsobu vykreslení grafu. Jaká byla odezva, jsem již popsal výše.

8.2 Průběh šetření

Dotazníkové šetření probíhalo na obou školách v rámci běžné výuky během hodin matematiky v rozmezí jednoho týdne. Žáci byli vyučujícím předem seznámeni s tím, že 15 minut z vyučovací hodiny budou věnovat vyplňování dotazníku. Přestože byl vyučující matematiky v hodině vždy přítomen, dotazníky jsem žákům zadával já, stejně tak jsem šetření uváděl a následně vyplněné dotazníky od žáků vybíral. Měl jsem díky tomu možnost reagovat na případné dotazy. Pro žádnou skupinu žáků jsem nebyl neznámou osobou, nepůsobil jsem tedy jako nechtěný distraktor. První žáci odevzdali dotazník již po deseti minutách. Žádný z žáků časový limit nepřekročil, někteří však využili jeho plnou délku.

Šetření se zúčastnilo 39 žáků gymnázia, 18 žáků maturitního oboru SOU a 40 žáků učebních oborů SOU. Jelikož se ve výsledcích mezi žáky čtvrtého a osmého ročníku gymnázia neobjevily žádné signifikantní rozdíly, uvádím je souhrnně. Ze stejného důvodu nerozlišuji žáky jednotlivých učebních oborů.

8.3 Výsledky šetření

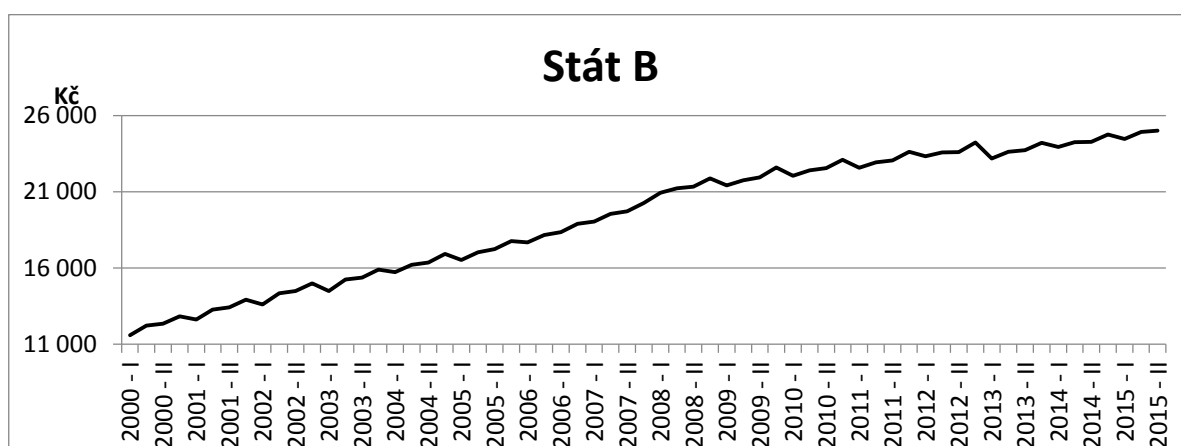
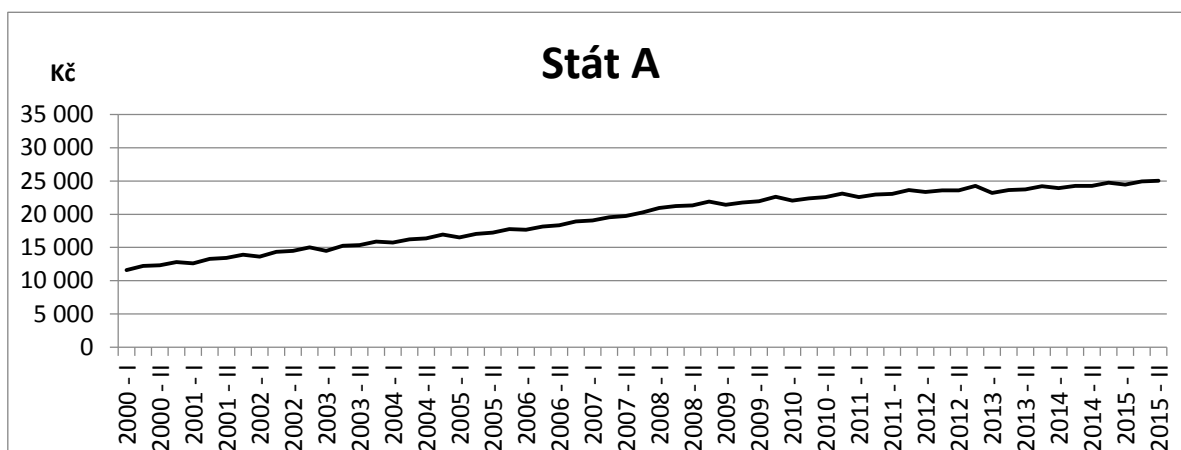
Výsledky uvádím v procentech. Pokud není uvedeno jinak, danou otázku zodpověděli všichni žáci. Slovní komentáře uvádím v přesném znění tak, jak je žáci uvedli v dotaznících. Pro potřebu užití v tabulkách zavádím následující značení:

Žáci gymnázia = Gymn

Maturanti SOU = Matu

Učni SOU = Učni

8.3.1 Úloha „Hrubá měsíční mzda“



Žáci měli odpovědět na tři otázky, v rámci nichž museli prokázat schopnost číst hodnoty z předložených grafů a následně tyto dva grafy srovnat.

1) V jakém období překročila ve státě A hrubá mzda hodnotu 20.000 Kč?

Odpověď: II – 2007, I – 2008

	Správně	Špatně
Gymn	97,44	2,56
Matu	61,11	38,89
Učni	50,00	50,00

Úlohu nepovažuji za nikterak obtížnou, očekával jsem proto vysoké procento úspěšnosti. Žáci gymnázia mé očekávání naprosto splnili, pouze jeden žák odpověděl špatně, předpokládám, že se jedná o chybu z nepozornosti. Překvapením je pouze přibližně 61% úspěšnost maturantů a poloviční úspěšnost žáků učebních oborů SOU. Práci s grafy je na technicky zaměřené škole věnovaná velká pozornost. Navíc žáci

absolvují předměty typu technické kreslení nebo projektová dokumentace, které by jim měly při orientaci ve schematických obrázcích významně pomoci.

2) O kolik Kč vzrostla hrubá mzda ve státě B za posledních 10 let?

Odpověď: 8 000 Kč

	Správně	Špatně	Neodpovědělo
Gymn	71,79	28,21	0,00
Matu	72,22	27,78	0,00
Učni	35,00	60,00	5,00

Z výsledků je patrné, že nejúspěšnějšími řešiteli jsou maturanti z SOU. Tento závěr je vzhledem k výsledkům předchozí úlohy velmi překvapivý. I zde totiž museli žáci prokázat schopnost číst hodnoty z grafu, navíc v kombinaci se základní aritmetikou. Pět žáků gymnázia uvedlo jako odpověď hodnotu 8 500 Kč, což odpovídá rozdílu mezi 1. pololetím 2005 a 2. pololetím 2015. Tuto odpověď samozřejmě nelze uznat za správnou. Poprvé se zde také objevuje situace, kdy dva žáci SOU úlohu vůbec neřešili.

3) Průměrná mzda roste rychleji:

a) Ve státě A b) Ve státě B c) V obou stejně d) Nevím

Odpověď: c) v obou stejně

	a)	b)	c)	d)
Gymn	7,69	23,08	69,23	0,00
Matu	5,56	22,22	72,22	0,00
Učni	10,00	50,00	32,50	7,50

Oba grafy vycházejí se stejných vstupních hodnot, u druhého jsem změnil měřítko, aby křivka rostla opticky rychleji. Přesto se našli žáci ve všech třech sledovaných skupinách, kteří předpokládali rychlejší růst mezd ve státě A. Pouze jeden žák však své rozhodnutí odůvodnil: „Protože ve státě A je to jen za 8 let.“

Z tabulky je vidět, že výsledky žáků maturitních oborů se od sebe statisticky nijak významně neliší. Polovina učňů se řídila pouze grafickým znázorněním křivek, nikoliv hodnotami v grafu, a zvolila tak špatnou odpověď.

Uvádím některá slovní odůvodnění s vybranou odpovědí:

b) „Podle oka jsem to usoudil.“

- b) „Pokud porovnáám celkový nárůst, ve městě B je částka mnohem vyšší za stejný čas. Pokud porovnáám nárůst během 1 roku, vzroste také o více ve státě B. Ve státě A není rozdíl částky tak vysoký.“
- b) „Pokud jsem porovnal období let 2005 – 2015 v obou státech, zjistil jsem, že ve státě B se hrubá mzda za 10 let zvýšila více než ve státě A.“
- b) „Ve státě B je mzda u jednoho roku vždy mnohem větší než v roce přechozím. Ve státě A nejsou patrné takové rozdíly.“
- b) „Obrázek svědčí za všechno.“
- c) „Graf státu B je strmější, takže vypadá, že hrubá mzda tam roste rychleji, ale dle měřítka to vychází zhruba na stejno.“
- c) „Srovnání v nějakých letech př. (2005,2009,2012,2015)“
- c) „Tam kde se setkávají údaje o čase a údaje o částce asi je správná odpověď...Prostě graf. To sou strašný chytáky!“
- c) „Pokud porovnáme 1. a poslední rok a hodnoty hrubé mzdy → hodnoty jsou na první pohled podobné – a křivka má podobný tvar.“
- c) „Hodnoty jsou vždy skoro stejné.“
- c) „Pokud porovnáám obě hrubé mzdy, zdají se stejné.“
- c) „To vidím, ne?!“
- c) „Nejsem odborník na grafy.“

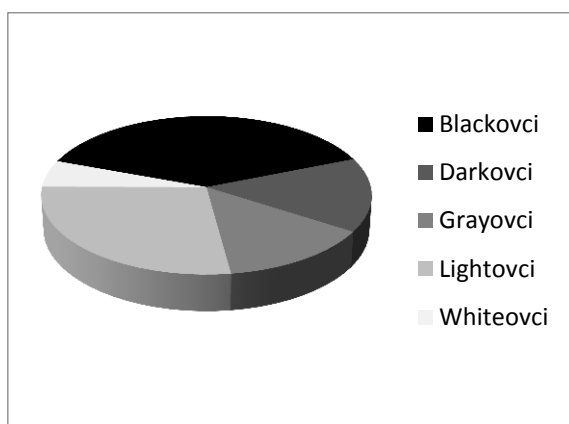
Často se ve slovních odůvodněních vyskytla slova typu *podobné* nebo *skoro stejné*. Je zajímavé, že i přes tento projev nejistoty žáci označili správně možnost c), přestože mohli zvolit odpověď „Nevím“.

8.3.2 Úloha „Volební průzkum“

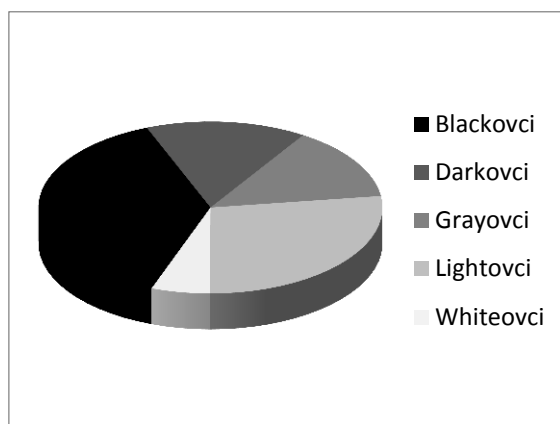
V půli roku 2015 potvrzuje hnutí Blackovci svoji vedoucí pozici v žebříčku volebních preferencí před druhými Lightovci. Zůstává v čele průzkumů už dva roky, nyní by jej volilo 38,4 procent lidí. Jde o stejný výsledek jako v červnu 2014. To samé se týká i Lightovců, kterým průzkum přisoudil 27,2 procenta. Nejsilnější vládní strany si tak drží výrazný náskok. Příznivci Blackovců mají ke své straně silnější vztah a více se zajímají o politiku, než tomu je u Lightovců. Do sněmovny by se dostali i Whiteovci, jejich podpora je ale dosti váhavá. I další strany si vedly v průzkumu stejně jako v předchozím období.

Procentní zisky stran ve volebním modelu však ještě nevyjadřují konečný výsledek voleb. Ten vznikne až přepočítáním výsledků voleb v jednotlivých krajích na volební mandáty pomocí d'Hondtovy metodiky a celkovým součtem krajských mandátů za ČR. Odchylka orientačně činí ± 2 mandáty. Ve volebním modelu by tak koalice Blackovců spolu s Lightovci dala dohromady velmi silnou ústavní většinu 139 mandátů ± 4 mandáty. Voleb by se účastnilo 58 procent dotázaných s volebním právem. Volební účast by se tak od voleb v roce 2013, kdy dorazilo 59,48 procenta oprávněných voličů, významně nezměnila.

Průzkum č. 1 (leden 2015)



Průzkum č. 2 (červen 2015)



Pomocí dvou otázek jsem především testoval schopnost žáků využít k nalezení správného řešení všech dostupných informací. Klíčem byl průvodní text, ve kterém se nacházely přesné číselné hodnoty. Grafy tyto hodnoty zcela postrádaly, nebylo tak možné z nich vyvodit požadované údaje.

1) Politická podpora Whiteovců od ledna do června 2015:

a) Vzrostla b) Klesla c) Nezměnila se d) Nevím

Odpověď: c) nezměnila se

	a)	b)	c)	d)	Neodpovědělo
Gymn	7,69	0,00	79,49	10,26	2,56
Matu	5,56	0,00	94,44	0,00	0,00
Učni	27,50	17,50	45,00	2,50	7,50

Z tabulky je vidět, že maturantům nečinila úloha výraznější potíže. Opět byli úspěšnější žáci SOU. Za zmínku stojí to, že přes 10 % žáků gymnázia označilo variantu d). Předpokládám, že tak učinili na základě nejednoznačnosti grafů, nikoliv analýzy textu. Dle mého očekávání dopadli hůř žáci učebních oborů. Více než čtvrtina z nich

se nechala zlákat optickým klamem, kdy zkoumaná výseč ve druhém grafu vypadá větší než v prvním.

2) Darkovci získali více hlasů než Grayovci:

a) V 1. průzkumu b) V 2. průzkumu c) Získali stejně hlasů d) Nevím

Odpověď: d) nevím

	a)	b)	c)	d)	Neodpovědělo
Gymn	0,00	30,77	41,03	15,38	12,82
Matu	5,56	22,22	72,22	0,00	0,00
Učni	7,50	25,00	47,50	12,50	7,50

Přestože všechny tři skupiny označily za většinovou odpověď možnost c), není to správně. V celém průvodním textu není jediná zmínka o poměru hlasů mezi Darkovci a Grayovci. Přepokládám, že část žáků vycházela z grafů, kde příslušné výseky vypadají podobně, a část žáků vybrala svoji odpověď na základě věty „I další strany si vedly v průzkumu stejně jako v předchozím období.“. Je však třeba si uvědomit, že touto větou pouze konstatuji trend ve vývoji volebních preferencí, nikoliv samotný procentuální podíl hlasů. Oba grafy byly vytvořené ze stejných vstupních hodnot, konkrétně Darkovci – 15,1 %, Grayovci 13,8 %. Za správnou odpověď lze tedy považovat i a) a zároveň b). Tuto možnost však nikdo z žáků nezvolil, pouze se objevila ve slovním komentáři k odpovědi d): „Buď A i B nebo jen C – Oba grafy vypadají obdobně, jen pootočeně. Kvůli zkreslení při promítání 3D modelu lze tedy bez číselných hodnot těžko rozhodnout.“

Určitě stojí za povšimnutí rozdílnost odpovědí mezi maturanty z gymnázia a učiliště. Zatímco žáci z učiliště byli ve svých názorech rozhodní a všichni se přiklonili k nějaké konkrétní odpovědi, více než čtvrtina gymnazistů buď neodpověděla, nebo zvolila možnost „nevím“. Usuzuji z toho, že druhá skupina žáků přistoupila k úloze více kriticky a jejich získaná nejistota se následně promítla do řešení.

Pro představu opět uvádím vybraná slovní odůvodnění se zvolenou odpovědí:

a) „Vidím, ne?!“

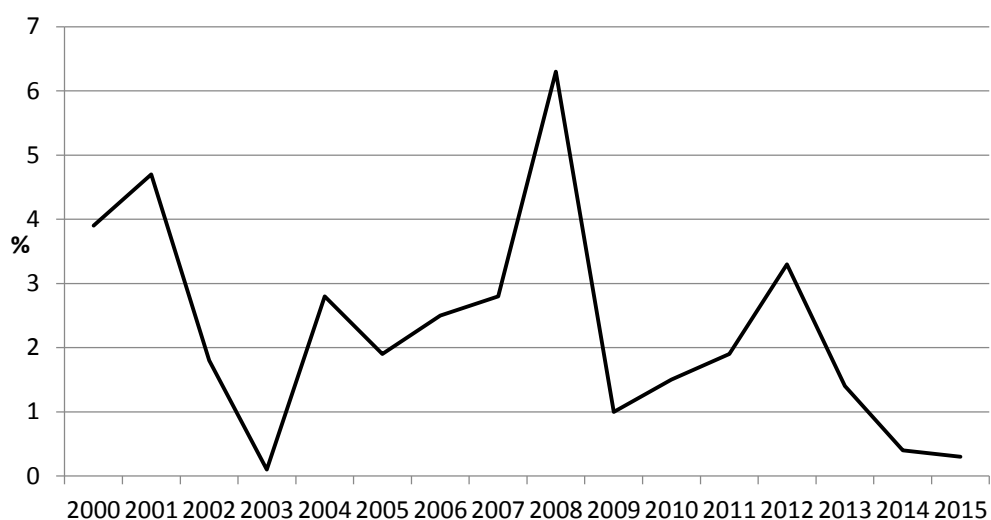
b) „Vyčetl jsem to z textu“

b) „Z 2. průzkumu je patrné, že část grafu náležející Darkovcům je o něco větší než na grafu průzkumu č. 1.“

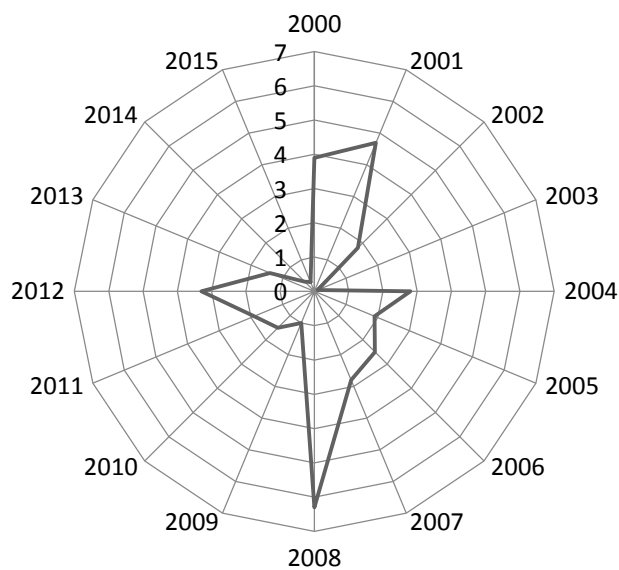
- b) „Graf je jen pootočen, Darkovci zabírají větší část než tvrdí průzkum.“
- c) „na základě grafů a textu“
- c) „Část grafu podpory Whiteovců vypadá stejně velká jak 1. tak 2. průzkum. Zdá se mi i stejná podpora Grayovců s Darkovci v obou případech.“
- c) „Grafy jsou téměř (možná úplně?) identické.“
- c) „Kruh vidíme jen z jednoho úhlu pohledu – dole + nahoře se zdá plocha větší než na stranách.“
- c) „Usoudila jsem takto z poslední věty 1. odstavce: „I další strany si vedly v průzkumu stejně jako v předchozím období.“
- c) „Je to divný, jak je to vidět z různých úhlů, výseče vypadají jinak, podle textu si ale vesměs všichni vedli stejně, je to možná zavádějící.“
- c) „Popravdě těžko určit z tohoto grafu. Přetáčení grafu je zbytečné, ale odhadem bych řekl, že se nezměnila (3D prostor).“
- c) „Ten graf je stejný a nebudu si číst to nad tím.“
- d) „Vzhledem k tomu, že fakt netuším přesná čísla, tak neumím určit a odhaduji Tohle by v novinách neobstálo ;) !!!“

8.3.3 Úloha „Inflace“

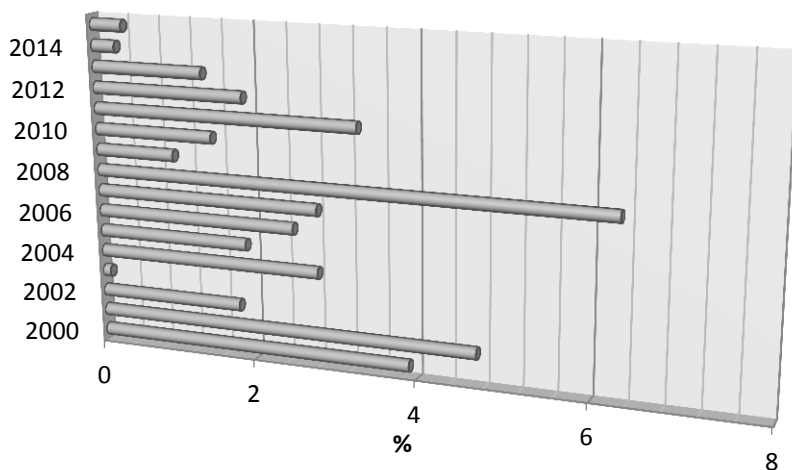
Míra inflace vyjádřená přírůstkem průměrného ročního indexu spotřebitelských cen vyjadřuje procentní změnu průměrné cenové hladiny za 12 posledních měsíců proti průměru 12 předchozích měsíců.



Graf 1



Graf 2



Graf 3

V poslední úloze jsem předložil žákům tři grafy vyjadřující míru inflace. Následně jsem zkoumal, zda se v nich žáci orientují natolik, aby je byli schopni navzájem srovnat a zanalyzovat jejich průběh.

1) Popisují všechny tři grafy stejný průběh inflace?

a) Ano b) Ne c) Nevím

Odpověď: Ne

	Ano	Ne	Nevím
Gymn	71,79	25,64	2,56
Matu	83,33	11,11	5,56
Učni	45,00	32,50	22,50

Výsledky jsou velmi překvapivé. Učni vyjádřili mnohem větší míru nejistoty než v předchozích úlohách a téměř čtvrtina z nich označila možnost „Nevím“. Přesto se stali nejúspěšnějšími řešiteli. Téměř třetina vybrala správnou odpověď. Úplně propadli žáci maturitního oboru SOU, pouze dva žáci odpověděli správně. Překvapivě nízké je i procento správných odpovědí žáků gymnázia. Z níže uvedených slovních komentářů zcela jasně plyne, že většina žáků napříč skupinami nesrovnávala všechny nebo aspoň klíčové hodnoty v grafech, ale pouze několik náhodně vybraných. Lehce pak přehlédli drobné nesrovnalosti, které jsem zakomponoval do třetího grafu.

Vybraná slovní odůvodnění:

A – „Všechny grafy ukazují stejné hodnoty inflace (%) v jednotlivých letech.“

A – „I když prostřední graf je tedy hodně umělecký, zdá se, že hodnoty jsou +- stejné, i když v posledním grafu je oproti prvnímu jedna hodnota navíc.“

A – „Roky, kdy je procento velmi nízké nebo naopak velmi vysoké, se u grafů shodují.“

A – „Pokud jsem porovnal hodnoty inflace z let 2000, 2003 a 2015, došel jsem k závěru, že ano.“

A – „Zkontrolovala jsem několik náhodných roků, vždy ukazují stejnou míru inflace.“

A – „Výrazné výchyly jsou hodnotově na všech grafech stejné.“

A – „Ano, akorát grafy se liší graficky. Až na graf č. 3 kde jsou roky počítány po dvou.“

A – „Rok a % odpovídají vše stejně (+-)“

N – „V roce 2015 v grafu 1 jde inflace dolů zato v grafu 3 stoupá“

N – „V grafu č. 3 by měla hodnota po roce 2014 klesnout, nikoliv stoupnout, jinak jsou ale hodnoty stejné u všech grafů“

N – „1. a 2. graf odpovídají. 3. graf na začátku stejný ale rok 2011 už neodpovídá posunutý, až rok 2012 odpovídá roku 2011“

N – „křivky v grafech si neodpovídají“

N – „Graf 2 v roce 2000 nemá žádnou změnu, kdežto graf 1 ano“

N – „Nevím, prostě jsem takto usoudil.“

N – „Po dlouhém zkoumání jsem to poznal.“

Nevím – „Jak mám vysvětlit to že nevím?!“

- 2) Ve kterém období v grafu 1 došlo k nejvýraznější a k nejmenší změně inflace?

Odpověď: K nejvýraznější změně došlo mezi roky 2008 – 2009.

	Správně	Špatně	Neodpovědělo
Gymn	61,54	35,90	2,56
Matu	27,78	72,22	0,00
Učni	2,50	70,00	27,50

Za správnou odpověď lze považovat pouze výše zmíněné rozmezí. Pokud někdo napsal právě jeden konkrétní rok, nepopsal změnu, ale pouze určitou hodnotu. Tato chyba převažovala u většiny žáků z SOU. Úloha skončila velmi špatně pro učně. Správnou odpověď označil jediný žák.

Odpověď: Nejmenší v období 2014 – 2015.

	Správně	Špatně	Neodpovědělo
Gymn	51,28	46,15	2,56
Matu	27,78	72,22	0,00
Učni	17,50	57,50	25,00

Žáci dosáhli srovnatelných výsledků s předchozí úlohou. Pouze se mírně snížila úspěšnost gymnazistů a naopak úspěšnost učňů vzrostla o přibližně 15 %. Více než čtvrtina učňů neodpověděla ani na jednu část druhého úkolu, pravděpodobně proto, že nedokázali správně rozklíčovat zadání.

- 3) Která tvrzení o grafu 2 jsou pravdivá?

a) Čím dále je křivka od středu, tím větší je inflace. ANO / NE

Odpověď: Ano

	Ano	Ne	Neodpovědělo
Gymn	97,44	0,00	2,56
Matu	94,44	5,56	0,00
Učni	70,00	7,50	22,50

Výsledky maturantů vcelku jednoznačně ukazují, že jim tato úloha nečinila žádné potíže. Žáci gymnázia dokonce dosáhli 100% úspěšnosti, pokud bereme v potaz žáky, kteří odpověděli. I žáci učebních oborů dosáhli vysokého procenta správných odpovědí. Přesto téměř čtvrtina z nich úlohu vůbec neřešila.

b) Křivka inflace se může na grafu překřížit. ANO / NE

Odpověď: Ne

	Ano	Ne	Neodpovědělo
Gymn	2,56	94,88	2,56
Matu	5,56	94,44	0,00
Učni	15,00	62,50	22,50

Z výsledků lze usoudit, že paprskový graf nebyl pro žáky tak velkou překážkou, jak jsem mylně předpokládal. Žáci se byli schopni adaptovat na nestandardní prvky v zadání a úlohy úspěšně řešit. Opět zde vidíme, že více než 20 % učňů úlohu neřešilo. Je zajímavé, že podobné hodnoty nalezneme i ve všech předchozích analýzách. Přesto z toho neplyne, že by jednotlivé úkoly v dotazníku neřešili ti samí lidé. Otázky bez odpovědi jsou rozprostřené celkem pravidelně mezi všechny žáky učebních oborů SOU.

4) Popiš vlastními slovy, jak vnímáš průběh inflace na prvním grafu:

Zde již odpovědi žáků rozdělím podle jednotlivých skupin, protože se poprvé objevily výrazné rozdíly ve slovním hodnocení žáků. Gymnazisté používají ve svém projevu mnohem bohatší větnou stavbu a své odpovědi uvádějí v širších souvislostech vztažených k reálnému dění ve světě kolem nich.

Žáci gymnázia:

„Vidím, že míra inflace nejprve prudce klesala. Největší skok ovšem ukazuje zvýšení inflace po krachu na americké burze roku 2008. Inflaci se očividně podařilo dostat velice rychle pod kontrolu.“

„Průběh inflace poměrně výrazně kolísá, a to z důvodu, že závisí na vícero faktorů (ekonomická situace, politická situace, zásahy ČNB (státu) do ekonomiky apod.).

Jako na horské dráze. A nevěřím, že míra inflace klesá.“

„Stále se drží v kladných číslech, nejvyšší míra inflace byla v roce 2008, naopak nejnižší v roce 2003. Přijde mi, že podle grafu pomalu stoupá, pak nastane nějaký zlom, který ji okamžitě rapidně sníží.“

„Inflace je asi tak stabilní jako názory Donalda Trumpa. „Jak vnímáš“ Asi nejsou nejlépe zvolená slova – já průběh inflace vnímám jako veliký chaos =)“

„Hodně nevyrovnaný, 2007 – 2008 musela být krize či – co, teď to vypadá na klídek, ale dá se očekávat zvýšení – tak to teda v minulosti bylo ... očividně...“

„Rok 2007: zahřívání ekonomiky – vzestup inflace. Rok 2008: přehřátí → pád (krize).“

„Proměnlivá, závisí na mnoha faktorech.“

„Vnímám tak, že čím vyš je graf, tím větší je hodnota inflace.“

Žáci maturitního oboru SOU:

„Docela kolísá.“

„Má střídavý průběh podle dobové ekonomické situace ve světě. Největší propad je v letech 2008-2009, kdy přišla ekonomická krize.“

„Od roku 2000-2015 inflace prudce klesala a stoupa.“

„Klesá, stoupa....“

„Inflace je celkově spíše nižší.“

„Úplně normální průběh, nikdy to nejde, aby to bylo ustálené.“

„Míra inflace se v každém období mění. Nejvyšší je v roce 2008 a nejnižší je v roce 2003.“

„Nechápu to.“

„Roste klesá roste klesá – klasickéj graf.“

Žáci učebních oborů SOU:

„Velmi chaotický.“

„Silně osciluje.“

„Inflace je velmi kolísavá a nestálá.“

„Nevnímám.“

„Nevím, co to je inflace.“

„Spíše takový střídavý, ale klesající, protože začíná někde uprostřed, ale končí dole.“

„Momentálně je inflace nízká, tudíž vnímám graf pozitivně.“

„Nic moc.“

9 Závěr

Gymnázium je všeobecně považované za výběrovou školu a očekávání, co se týče výsledků žáků, jsou podle toho patřičně vysoká. Stejně tak jsem i já očekával, že gymnazisté budou v mém dotazníkovém šetření dominovat. Z výše zmíněných výsledků však vyplývá, že tomu tak nebylo. Před žáky jsem postavil celkem 10 úkolů. Žáci gymnázia vyřešili nejlépe šest z nich, maturanti SOU tři a v jednom úkolu uspěli nejlépe žáci učebních oborů SOU. Gymnazisté uspěli především v řešení složitějších nebo komplexnějších úloh, maturanti SOU dopadli lépe při řešení úloh vyžadujících pouze orientaci v grafu a čtení hodnot. Je však třeba zmínit, že výsledky byly většinou velmi těsné a mezi maturanty často o pořadí rozhodovaly pouze jednotky procent.

Je tedy na místě se ptát, čím je to způsobeno. Jednou z příčin jistě může být úzké zaměření mého dotazníku. Dále pak jeho délka, která z důvodu malé časové dotace neumožňuje testovat žáky širěji a více do hloubky. Mnohem pravděpodobnější je fakt, že matematické znalosti žáků maturitních ročníků gymnázia a SOU jsou v oblasti interpretace grafů na srovnatelné úrovni. Žáci učebních oborů za maturanty viditelně zaostávali. Ve většině úloh dosáhli přibližně poloviční úspěšnosti.

Co konkrétně tedy činilo žákům největší problémy a čím se nechali zmást? A v čem naopak vynikli? První úloha byla zaměřená na schopnost číst hodnoty z grafů a tyto grafy srovnat. Maturanti si vedli velmi dobře, trik se změnou měřítka osy y v druhém grafu je v podstatě vůbec nezmátl. Učňům se vedlo hůř, pouze přibližně třetina žáků si dovedla s tímto trikem poradit. Ve druhé úloze jsem žáky hned na začátku zahrnul velkým množstvím informací, ve kterých se skrývaly, ale naopak také vůbec nenalézaly odpovědi na mé dvě otázky. Navíc jsem připojil dva koláčové grafy, které k hledání řešení nebyly jinak nápomocné a sloužily pouze k odvedení pozornosti žáků od průvodního textu. Přesto první otázku správně zodpověděli téměř všichni maturanti a skoro polovina učňů. V případě druhé otázky, k níž se v textu ani v grafech nevyskytovala odpověď, žáci doslova propadli. Správně odpovědělo pouze 15 % gymnazistů a 12 % učňů. Z maturantů SOU neuvedl správnou odpověď dokonce žádný žák. Ve třetí úloze jsem testoval schopnost žáků orientovat se hlouběji v grafech, přesněji v jejich průběhu. Žákům jsem prezentoval tři odlišné typy grafů, ve třetím grafu jsem změnil několik hodnot a zkoumal jsem, zda jsou schopni tyto rozdíly odhalit. V této úloze si překvapivě nejlépe vedli učni, přesto správně odpověděla pouze

přibližně třetina z nich. Naopak moje drobné úpravy zcela přehlédli maturanti SOU, kdy správně odpověděl pouze každý desátý žák.

I přes některé horší výsledky si na základě dotazníkového šetření dovoluji tvrdit, že jsou testovaní žáci maturitních oborů dobře připravení na střet s grafy, které budou v životě kolem sebe potkávat. Jsou schopni kriticky myslet a analyzovat předložené grafy. Jsou schopni vyvarovat se jejich bezmyšlenkovitému přijímání a cílené manipulaci ze strany tvůrců grafů. Žáci učebních oborů by se měli zaměřit především na zlepšení schopnosti orientovat se v grafu a správně takový graf interpretovat. Propadli především při řešení průběhu grafu, což považuji za výrazný problém. Časový průběh sledované veličiny je totiž asi nejčastějším obsahem grafů.

10 Literatura

CAIRO, Alberto, 2014. *New challenges for data design*. New York: Springer. ISBN 9781447165958.

HENDL, Jan, 2014. *Statistika v aplikacích*. Vyd. 1. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0700-9

HLINĚNÝ, Petr, 2010. *Pojem grafu: 1. lekce* [online]. [cit. 2016-03-29]. Dostupné z: <http://www.fi.muni.cz/~hlineny/Vyuka/GT/Grafy-lect--1.pdf>

HUFF, Darrell, 2013. *Jak lhát se statistikou*. Vyd. 1. Praha: Brána. ISBN 978-80-7243-623-1

JEVONS, William Stanley, 1973. *Papers and correspondence of William Stanley Jevons, vol. 2*. London: Macmillan.

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy: rámcové vzdělávací programy [online]. [cit. 2016-03-29]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy>

PALEČKOVÁ, Jana, Vladislav TOMÁŠEK a kol, 2013. *HLAVNÍ ZJIŠTĚNÍ PISA 2012: MATEMATICKÁ GRAMOTNOST PATNÁCTILETÝCH ŽÁKŮ* [online]. Praha, [cit. 2016-04-04]. Dostupné z: http://www.pisa2012.cz/articles/files/Hlavni_zjisti_PISA2012.pdf

SAXL, Ivan a Lucie ILUCOVÁ. Historie grafického zobrazování statistických dat. In: ANTOCH, Jaromír a Gejza DOHNAL, 2004. *Sborník prací 13. letní školy JČMF ROBUST 2004* [online]. Praha, s. 363–387 [cit. 2016-03-29]. ISBN 80-7015-972-3. Dostupné z: http://www.statpol.cz/robust/2004_robust2004.pdf

TOMÁŠEK, Vladislav, 2009a. *Výzkum TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání. ISBN 978-80-211-0586-7

TOMÁŠEK, Vladislav, 2009b. *Výzkum TIMSS 2007*. 1. vyd. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání. ISBN 978-80-211-0591-1

TOMÁŠEK, Vladislav a Miloslav FRÝZEK, 2013. *Matematická gramotnost – úlohy z šetření PISA 2012*. 1. vyd. Praha: Česká školní inspekce. ISBN 978-80-905632-1-6

TUFTE, Edward R., 2001. *The visual display of quantitative information*. 2nd ed. Cheshire: Graphics Press. ISBN 0-9613921-4-2.

WAINER, Howard, 2000. *Visual revelations: graphical tales of fate and deception from Napoleon Bonaparte to Ross Perot*. Mahwah, NJ [u.a.]: Lawrence Erlbaum Assoc. ISBN 9780805838787.

Učebnice

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ, 2007. *Matematika 6 pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7238-654-3

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ, 2009. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7238-684-0

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ, 2010. *Matematika 9: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7238-689-5

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK, 1999. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-167-1

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK, 2000. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 2. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-282-1

NOVOTNÁ, Jarmila, Václav SÝKORA a Marie KUBÍNOVÁ, 1998. *Matematika s Betkou 3 pro 8. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Scientia, pedagogické nakladatelství. ISBN 80-7183-148-4

MOLNÁR, Josef, 2000. *Matematika 8: učebnice s komentářem pro učitele*. Olomouc: Prodos. ISBN 80-7230-061-X

ROSECKÁ, Zdena, 2010. *Algebra: učebnice pro 8. ročník*. Brno: Nová škola. ISBN 80-85607-92-1

ŠAROUNOVÁ, Alena, 1999. *Matematika 8*. 1. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-127-2

HERMAN, Jiří, 2004. *Matematika: racionální čísla, procenta*. 2. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-238-0

HERMAN, Jiří, 1997. *Matematika: úměrnosti: tercie*. 1. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-056-0

HERMAN, Jiří, 2000. *Matematika: funkce*. 1. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-182-5

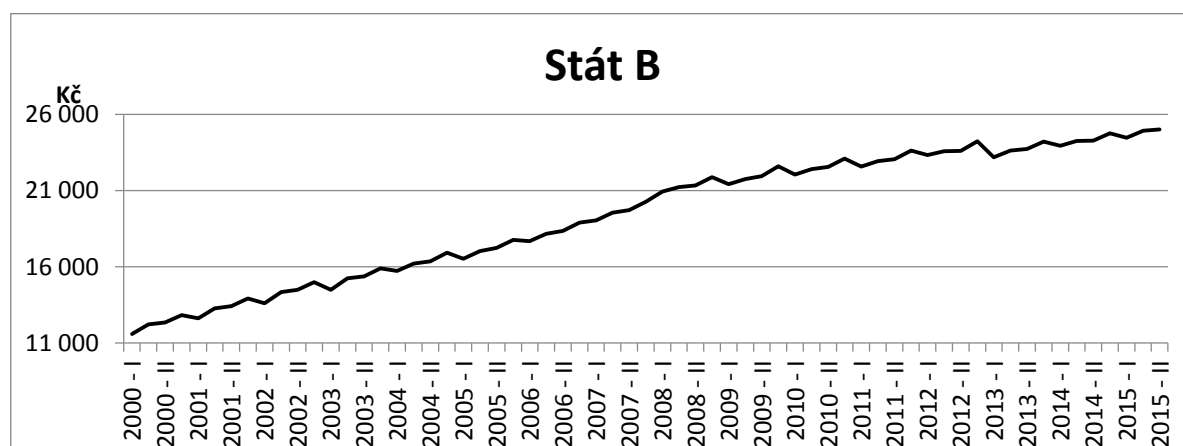
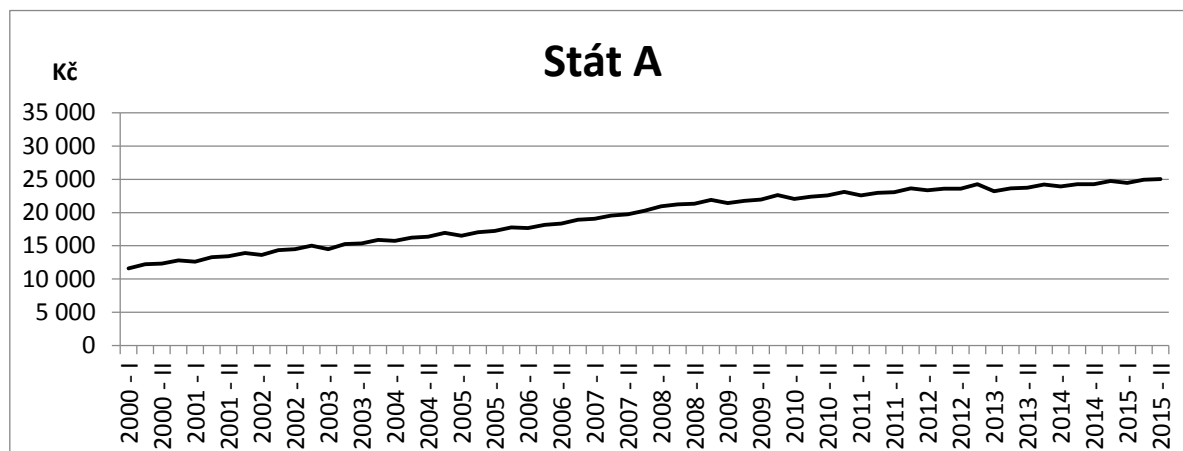
CALDA, Emil a Václav DUPAČ, 1999. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4. upr. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-147-7

CALDA, Emil, 2004. *Matematika pro tříleté učební obory SOU*. 1. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-7196-295-3

11 Příloha

Dotazník.....	88
---------------	----

Hrubá měsíční mzda



1) V jakém období překročila ve státě A hrubá mzda hodnotu 20.000 Kč?

2) O kolik Kč vzrostla hrubá mzda ve státě B za posledních 10 let?

3) Průměrná mzda roste rychleji:

- a) ve státě A b) ve státě B c) v obou stejně d) nevím

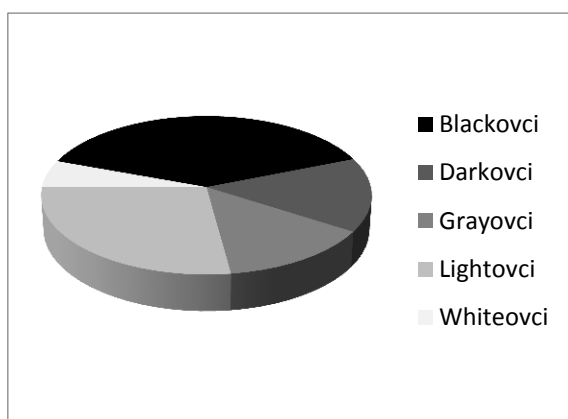
Krátce vysvětli důvody Tvého rozhodnutí:

Volební průzkum

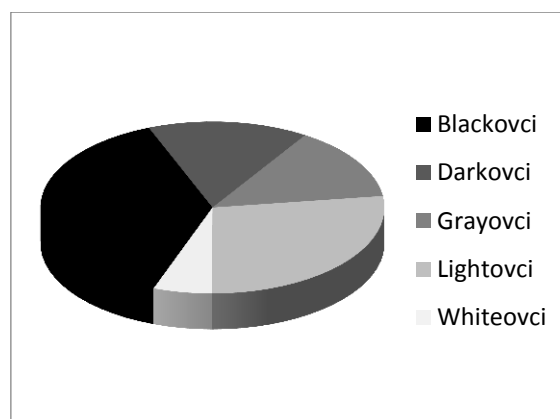
V půli roku 2015 potvrzuje hnutí Blackovci svoji vedoucí pozici v žebříčku volebních preferencí před druhými Lightovci. Zůstává v čele průzkumů už dva roky, nyní by jej volilo 38,4 procent lidí. Jde o stejný výsledek jako v červnu 2014. To samé se týká i Lightovců, kterým průzkum přisoudil 27,2 procenta. Nejsilnější vládní strany si tak drží výrazný náskok. Příznivci Blackovců mají ke své straně silnější vztah a více se zajímají o politiku, než tomu je u Lightovců. Do sněmovny by se dostali i Whiteovci, jejich podpora je ale dosti váhavá. I další strany si vedly v průzkumu stejně jako v předchozím období.

Procentní zisky stran ve volebním modelu však ještě nevyjadřují konečný výsledek voleb. Ten vznikne až přepočítáním výsledků voleb v jednotlivých krajích na volební mandáty pomocí d'Hondtovy metodiky a celkovým součtem krajských mandátů za ČR. Odchyłka orientačně činí ± 2 mandáty. Ve volebním modelu by tak koalice Blackovců spolu s Lightovci dala dohromady velmi silnou ústavní většinu 139 mandátů ± 4 mandáty. Voleb by se účastnilo 58 procent dotázaných s volebním právem. Volební účast by se tak od voleb v roce 2013, kdy dorazilo 59,48 procenta oprávněných voličů, významně nezměnila.

Průzkum č. 1 (leden 2015)



Průzkum č. 2 (červen 2015)



1) Politická podpora Whiteovců od ledna do června 2015:

- a) vzrostla
- b) klesla
- c) nezměnila se
- d) nevím

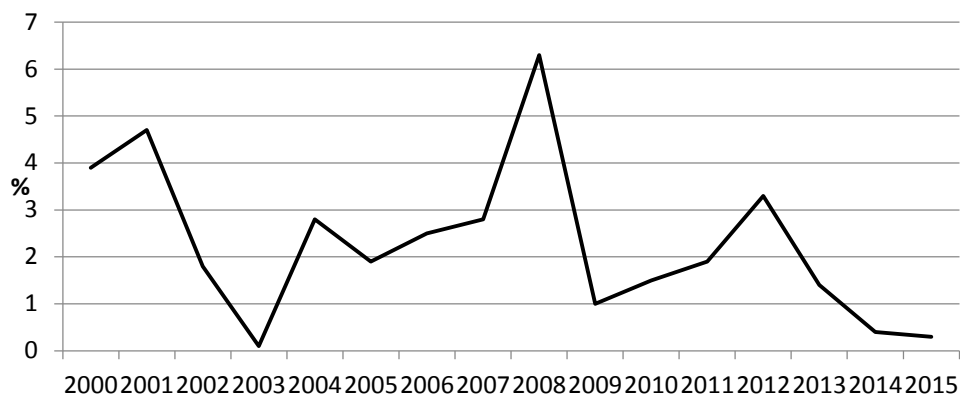
2) Darkovci získali více hlasů než Grayovci:

- a) v 1. průzkumu
- b) v 2. průzkumu
- c) získali stejně hlasů
- d) nevím

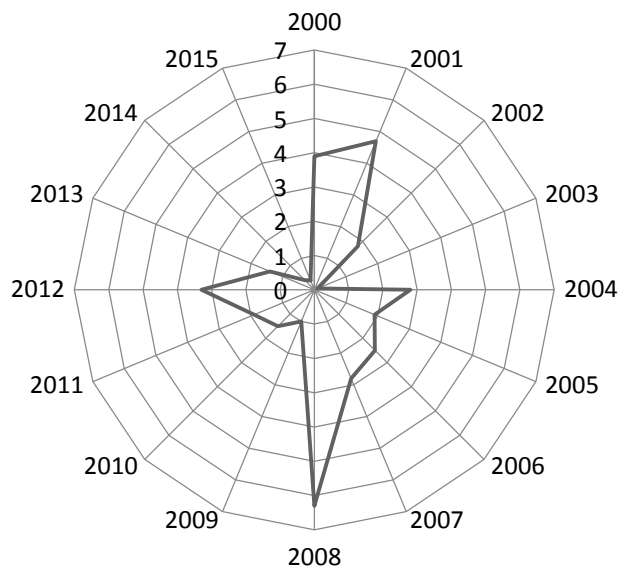
Krátce vysvětli důvody Tvého rozhodnutí:

Inflace

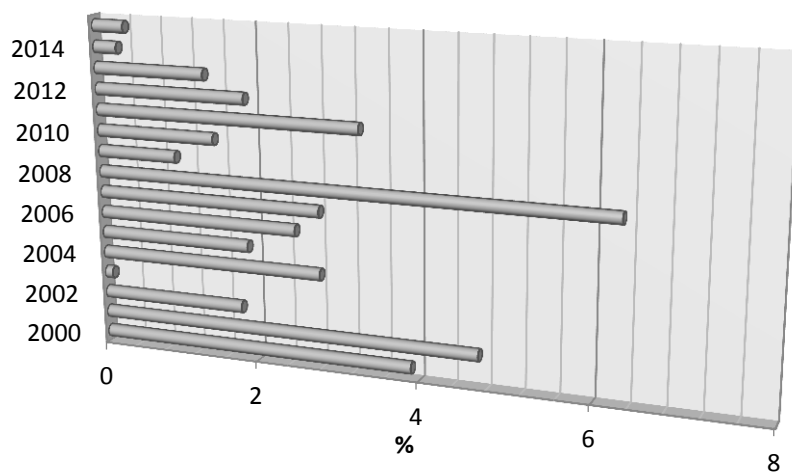
Míra inflace vyjádřená přírůstkem průměrného ročního indexu spotřebitelských cen vyjadřuje procentní změnu průměrné cenové hladiny za 12 posledních měsíců proti průměru 12 předchozích měsíců.



Graf 1



Graf 2



Graf 3

1) Popisují všechny tři grafy stejný průběh inflace?

- a) ano
- b) ne
- c) nevím

Krátce vysvětli důvody Tvého rozhodnutí:

2) Ve kterém období v grafu 1 došlo k nejvýraznější a k nejmenší změně inflace?

Nejvýraznější:

Nejmenší:

3) Která tvrzení o grafu 2 jsou pravdivá?

- a) Čím dále je křivka od středu, tím větší je inflace. ANO / NE
- b) Křivka inflace se může na grafu překřížit. ANO / NE

4) Popiš vlastními slovy, jak vnímáš průběh inflace na prvním grafu:

12 Seznam obrázků

Obrázek 1: Příklad obrázku, který nepovažuji za graf.....	9
Obrázek 2: Část plánu města, patrně Catal Hüyük	10
Obrázek 3: Pohyby planet.....	11
Obrázek 4: Plán Londýna od Johna Snowa	12
Obrázek 5: Napoleonovo tažení na Moskvu.....	12
Obrázek 6: Číselný graf	14
Obrázek 7: Radiální graf.....	14
Obrázek 8: Plošný sloupcový graf Obrázek 9: Pseudoprostorový sloupcový graf.....	17
Obrázek 10: Pružový graf.....	17
Obrázek 11: Bodový graf.....	18
Obrázek 12: Spojnicový graf	19
Obrázek 13: Koláčový graf.....	20
Obrázek 14: Koláčový graf Obrázek 15: Koláčový graf	20
Obrázek 16: Plošný graf	21
Obrázek 17: Kombinovaný graf	22
Obrázek 18: Vývojový diagram Obrázek 19: Krabicový diagram	23
Obrázek 20: Strom života	24
Obrázek 21: Mapa srážek v ČR	25
Obrázek 22: Turistická mapa okolí Řípu.....	25
Obrázek 23: Jednotlivé statistiky na stránce ČSÚ	27
Obrázek 24: Jeden z interaktivních grafů na stránce ČSÚ	28
Obrázek 25: Obrázkový graf.....	30
Obrázek 26: Sloupcový graf, koláčové grafy	33
Obrázek 27: Koláčové grafy	35
Obrázek 28: Sloupcový graf	36
Obrázek 29: Sloupcový graf	38
Obrázek 30: Koláčový a sloupcový graf.....	39
Obrázek 31: Pružový graf.....	40
Obrázek 32: Spojnicové grafy	41
Obrázek 33: Pružový graf.....	42
Obrázek 34: Sloupcový, obrázkový a koláčový graf.....	43
Obrázek 35: Koláčový a sloupcový graf.....	44

Obrázek 36: Sloupcový graf	47
Obrázek 37: Spojnicový graf	49
Obrázek 38: Koláčové grafy	52
Obrázek 39: Změna měřítka vertikální osy.....	60
Obrázek 40: Zneužití statistiky	61
Obrázek 41: Různé typy grafů zobrazující stejná data	62
Obrázek 42: Úloha s odstraněnými číselnými hodnotami	63